

UNIVARIATE PROBABILITY DISTRIBUTION

CONTOH

$$p_X(x) = a x^2$$

Cari konstanta a sedemikian hingga:

$$p_X(x) = a x^2, \quad \text{untuk } 0 \leq x \leq 5,$$

$$p_X(x) = 0, \quad \text{untuk nilai } x \text{ yang lain.}$$

Berapakah probability suatu nilai yang diambil dari distribusi tersebut:

1. kurang daripada 2,
2. di antara 1 dan 3,
3. lebih besar daripada 4,
4. lebih besar atau sama dengan 4,
5. lebih besar daripada 6.

PENYELESAIAN

Konstanta a dapat dicari dengan mengintegalkan pdf sebagai berikut:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p_X(t) dt = 1$$
$$\underbrace{\int_{-\infty}^0 p_X(t) dt}_0 + \int_0^5 p_X(t) dt + \underbrace{\int_5^{+\infty} p_X(t) dt}_0 = 1$$

$$\int_0^5 p_X(t) dt = 1$$

$$\frac{1}{3} a t^3 \Big|_0^5 = 1$$

$$\frac{1}{3} a (5)^3 = 1 \Rightarrow a = \frac{3}{125}$$

$$\text{jadi } p_X(x) = \frac{3x^2}{125}, \quad 0 \leq x \leq 5.$$

Cumulative distribution function, berlaku untuk nilai $0 \leq x \leq 5$:

$$\begin{aligned}
 P_X(x) &= \int_{-\infty}^x p_X(t) dt \\
 &= \int_{-\infty}^x \frac{3t^2}{125} dt \\
 &= \frac{x^3}{125}
 \end{aligned}$$

1. $\text{prob}(X \leq 2) = P_X(2) = 8/125$
2. $\text{prob}(1 \leq X \leq 3) = P_X(3) - P_X(1) = 26/125$
3. $\text{prob}(X > 4) = 1 - P_X(4) = 1 - 64/125 = 61/125$
4. $\text{prob}(X \geq 4) = \text{prob}(X > 4) = 61/125$
5. $\text{prob}(X > 6) = 1 - P_X(6)$

Untuk $x > 5$:

$$\begin{aligned}
 P_X(x) &= \int_{-\infty}^x p_X(t) dt \\
 &= 0 \int_{-\infty}^5 0 dt + \int_0^5 p_X(t) dt + \int_5^x 0 dt \\
 &= 0 + 1 + 0 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{prob}(X > 6) &= 1 - P_X(6) \\
 &= 1 - 1 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$