Universitas Gadjah Mada
Fakultas Teknik
Departemen Teknik Sipil dan Lingkungan

INFERENSI STATISTIS: UJI HIPOTESIS

Statistika dan Probabilitas

Uji Hipotesis

- Model Matematis vs Pengukuran
  - komparasi garis teoretik (prediksi menurut model) dan data pengukuran
  - jika prediksi model sesuai dengan data pengukuran, maka model diterima
  - jika prediksi model menyimpang dari data pengukuran, maka model ditolak
- Dalam sejumlah kasus, yang terjadi adalah
  - hasil komparasi prediksi model dan data pengukuran tidak cukup jelas untuk menyatakan bahwa model diterima atau ditolak
  - uji hipotesis sebagai alat analisis dalam komparasi tersebut

Prosedur Uji Hipotesis

- Rumuskan hipotesis
- Rumuskan hipotesis alternatif
- Tetapkan statistika uji
- Tetapkan distribusi statistika uji
- Tentukan nilai kritik sebagai batas statistika uji harus ditolak
- Kumpulkan data untuk menyusun statistika uji
- Kontrol posisi statistika uji terhadap nilai kritik

Kemungkinan Melakukan Kesalahan

Keputusan	Keadaan nyata	
	Hipotesis benar	Hipotesis salah
Menerima H_0	Tidak salah	Kesalahan tipe II → β
Menolak H_0	Kesalahan tipe I → α	Tidak salah

α adalah probabilitas melakukan kesalahan tipe I
β adalah probabilitas melakukan kesalahan tipe II

α dan β diinginkan bernilai kecil
α lebih penting daripada β

Notasi

H_0 = hipotesis (yang diuji)

H_1 = hipotesis alternatif → notasi lain yang kadang dipakai: H_a

$1 - \alpha$ = tingkat keyakinan (*confidence level*)

Uji Hipotesis Nilai Rata-rata

$$\left.\begin{array}{ll} H_0: & \mu = \mu_1 \\ H_1: & \mu = \mu_2 \end{array}\right\}$$

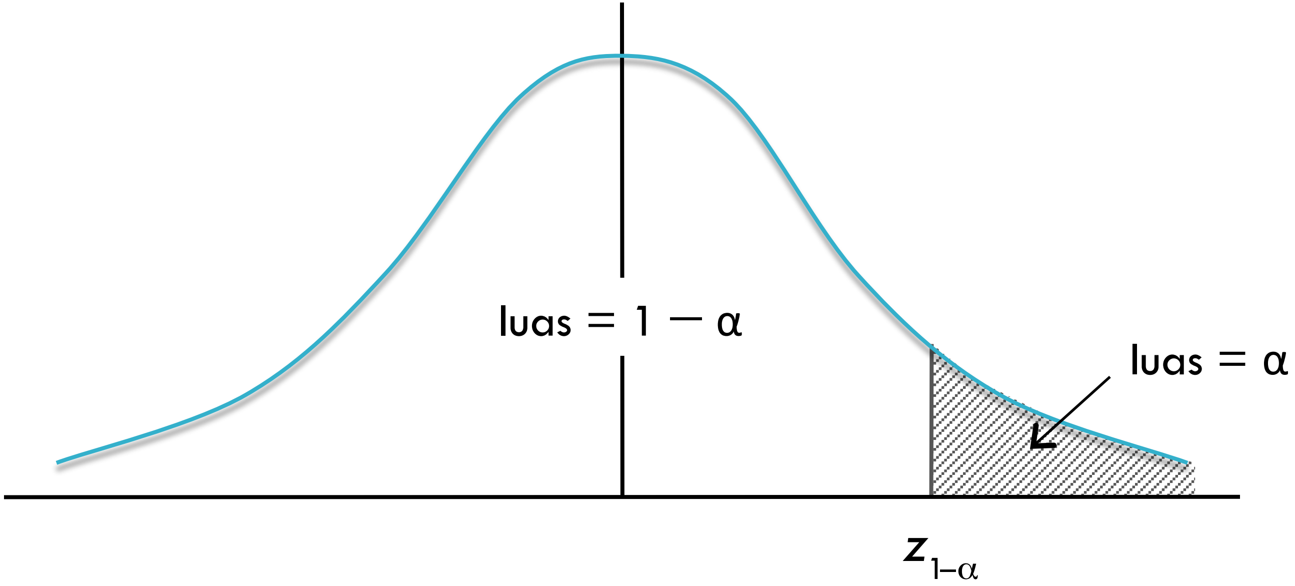
Distribusi Normal

σ_X^2 diketahui

Statistik uji: $Z = \dfrac{\sqrt{n}}{\sigma_X}\left(\bar{X} - \mu_1\right)$ berdistribusi normal

Jika $\mu_1 > \mu_2$: H_0 ditolak jika $\bar{X} \leq \mu_1 - z_{1-\alpha}\dfrac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \Rightarrow Z \leq -z_{1-\alpha}$

Jika $\mu_1 < \mu_2$: H_0 ditolak jika $\bar{X} \leq \mu_1 + z_{1-\alpha}\dfrac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \Rightarrow Z \geq z_{1-\alpha}$



$$\text{prob}\left(Z \geq z_{1-\alpha}\right) = \alpha$$

Uji Hipotesis Nilai Rata-rata

$$\left.\begin{aligned} H_0 &: \quad \mu = \mu_1 \\ H_1 &: \quad \mu = \mu_2 \end{aligned}\right\}$$

Distribusi Normal

$\sigma_X{}^2$ <u>tidak diketahui</u>

Statistik uji: $$T = \frac{\sqrt{n}}{s_X}\left(\bar{X} - \mu_1\right)$$ berdistribusi t

H_0 ditolak jika:

$$\bar{X} \le \mu_1 - t_{1-\alpha,n-1}\frac{s_X}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad T \le -t_{1-\alpha,n-1} \qquad \text{jika } \mu_1 > \mu_2$$

$$\bar{X} \ge \mu_1 + t_{1-\alpha,n-1}\frac{s_X}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad T \ge t_{1-\alpha,n-1} \qquad \text{jika } \mu_1 < \mu_2$$

Uji Hipotesis Nilai Rata-rata

$$\left.\begin{aligned} H_0 &: \quad \mu = \mu_0 \\ H_1 &: \quad \mu \neq \mu_0 \end{aligned}\right\}$$

Distribusi Normal

σ_X^2 diketahui

Statistik uji: $$Z = \frac{\sqrt{n}}{\sigma_X}\left(\bar{X} - \mu_0\right)$$ berdistribusi normal

H_0 ditolak jika: $$|Z| = \left|\frac{\sqrt{n}}{\sigma_X}\left(\bar{X} - \mu_0\right)\right| > z_{1-\alpha/2}$$

Uji Hipotesis Nilai Rata-rata

$$\left.\begin{aligned} H_0 &: \quad \mu = \mu_0 \\ H_1 &: \quad \mu \neq \mu_0 \end{aligned}\right\}$$

Distribusi Normal

σ_X^2 tidak diketahui

Statistik uji: $$T = \frac{\sqrt{n}}{s_X}\left(\bar{X} - \mu_0\right)$$ berdistribusi t

H_0 ditolak jika: $$\left|T\right| = \left|\frac{\sqrt{n}}{s_X}\left(\bar{X} - \mu_0\right)\right| > t_{1-\alpha/2,n-1}$$

Uji Hipotesis Nilai Rata-rata

- Hasil uji hipotesis adalah
  - menolak H_0 atau
  - tidak menolak H_0
- Artinya
  - H_0: $\mu = \mu_0$
  - Tidak menolak H_0 → "menerima" H_0 berarti bahwa μ tidak berbeda secara signifikan dengan μ_0
  - Tetapi tidak dikatakan bahwa μ benar-benar sama dengan μ_0 karena kita tidak membuktikan bahwa $\mu = \mu_0$

Uji hipotesis beda nilai rata-rata dua buah distribusi normal

$$\left.\begin{aligned} H_0 :& \quad \mu_1 - \mu_2 = \delta \\ H_1 :& \quad \mu_1 - \mu_2 \neq \delta \end{aligned}\right\}$$

Distribusi Normal

$\sigma_{X1}{}^2$ dan $\sigma_{X2}{}^2$ diketahui

Statistik uji:

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta}{\left(\sigma_1{}^2/n_1 + \sigma_2{}^2/n_2\right)^{1/2}}$$

berdistribusi normal

H_0 ditolak jika: $|Z| > z_{1-\alpha/2}$

Uji hipotesis beda nilai rata-rata dua buah distribusi normal

$$\left.\begin{aligned} H_0 :&\quad \mu_1 - \mu_2 = \delta \\ H_1 :&\quad \mu_1 - \mu_2 \neq \delta \end{aligned}\right\}$$

Distribusi Normal

$\sigma_{X1}{}^2$ dan $\sigma_{X2}{}^2$ <u>tidak diketahui</u>

Statistik uji:

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta}{\left\{ \dfrac{(n_1 + n_2)\left[(n_1 - 1)s_1{}^2 + (n_2 - 1)s_2{}^2\right]}{\left[n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)\right]} \right\}^{1/2}}$$

berdistribusi t dengan $(n_1 + n_2 - 2)$ degrees of freedom

H_0 ditolak jika: $\left|T\right| > t_{1-\alpha/2, n_1+n_2-2}$

Uji Hipotesis Nilai Varians

$$\left.\begin{aligned} H_0 &: \quad \sigma^2 = \sigma_0{}^2 \\ H_1 &: \quad \sigma^2 \neq \sigma_0{}^2 \end{aligned}\right\}$$ Distribusi Normal

Statistik uji: $$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(X_i - \bar{X}\right)^2}{\sigma_0{}^2}$$ berdistribusi chi-kuadrat

H_0 diterima (tidak ditolak) jika: $$\chi^2_{\alpha/2,n-1} < \chi_c^2 < \chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$$

Uji Hipotesis Nilai Varians

$$\left.\begin{array}{ll} H_0: & \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: & \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{array}\right\}$$ 2 Distribusi Normal

Statistik uji: $$F_c = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

berdistribusi F dengan

$(n_1 - 1)$ dan $(n_2 - 1)$ *degrees of freedom*

$s_1^2 > s_2^2$

H_0 ditolak jika: $F_c > F_{1-\alpha, n_1-1, n_2-1}$

Uji Hipotesis Nilai Varian

$$\left.\begin{aligned} H_0 &: \quad \sigma_1^{\ 2} = \sigma_2^{\ 2} = \ldots = \sigma_k^{\ 2} \\ H_1 &: \quad \sigma_1^{\ 2} \neq \sigma_2^{\ 2} \neq \ldots \neq \sigma_k^{\ 2} \end{aligned}\right\} \quad \text{Distribusi Normal}$$

Statistik uji: Q/h berdistriusi chi-kuadrat dengan (k – 1) *degrees of freedom*

$$Q = \sum_{i=1}^{k} (n-1) \ln \left[\sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - 1) s_i^{\ 2}}{N-k} \right] - \sum_{i=1}^{k} (n-1) \ln s_i^{\ 2}$$

$$h = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left[\sum_{i=1}^{k} \left(\frac{1}{n_i - 1} \right) - \frac{1}{N-k} \right]$$

$$N = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

H_0 ditolak jika: $Q/h > \chi^2_{1-\alpha,k-1}$

Terimakasih