

15

# BAB II

## AIR TANAH DAN SIFAT HIDRAULIK TANAH

---

### 2.1. TAMPUNGAN AIR TANAH PADA AQUIFER TAK-TERKEKANG

#### • POROSITAS AQUIFER

$$\rightarrow n = \frac{V_v}{V} = \frac{V_v}{V_v + V_s}$$

cara penentuan :

- representative volume element
- foto potongan melintang / tampang aquifer
- volumetrik
- dll.

contoh:

> Suatu container ( $V = 44 \text{ cm}^3$ ) dipenuhi dengan pasir lepas.

Lada waktu pasir dimasukkan ke dalam bejana ukur yang berisi air, maka volume air yang "dipindahkan" adalah  $25.7 \text{ cm}^3$ .

Hitung porositas pasir dalam container.

JAWAB:

Volume container =  $V_b$

Volume air yang "dipindahkan" =  $V_s$

$$n = \frac{V_v}{V_b}$$

$$= \frac{V_b - V_s}{V_b}$$

$$= 1 - \frac{25.7}{44.0} = 0.42$$

• DESATURATION  
SPECIFIC RETENTION

- MAT pada akuifer tak-terkekang  
→ turun karena air didesak keluar oleh udara
- bergantungnya air oleh udara  
→ desaturasi

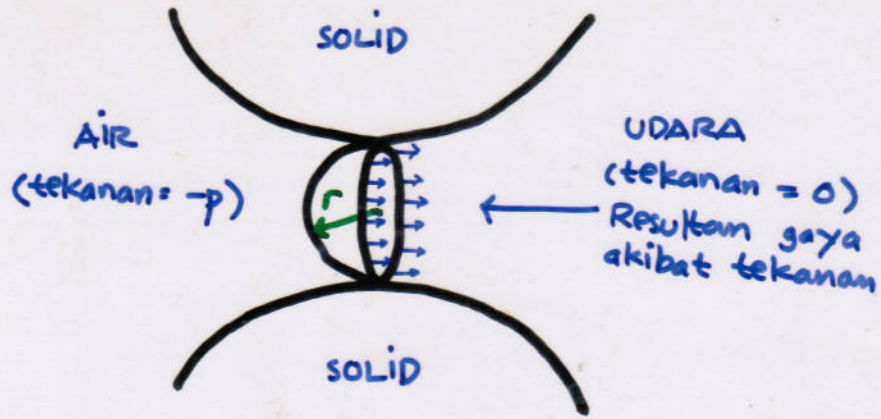
AIR > UDARA } berada didalam void dimana :

- Tekanan udara > Tekanan air
- Adhesi udara + solid < Adhesi air + solid



Bidang kontak  
air - udara → bidang cembung/cekung





- Bidang kontak air-udara antara 2 pori (bentuk ideal)
- air : tekanan  $-p$
- udara : tekanan  $0$  (atmosfir)

Beda tekanan udara dan tekanan air disebut tekanan kapiler,  $p_c$

⇒  $p_c = p$

Gaya akibat tegangan permukaan =  $2\pi r \sigma$   
 Gaya akibat beda tekanan =  $\pi r^2 p_c$

⇒ kondisi seimbang :

$$2\pi r \sigma = \pi r^2 p_c$$

$$r = \frac{2\sigma}{p_c}$$



$$r = \frac{2\sigma}{P_c}$$

$P_c$  bertambah besar  $\Rightarrow$   $r$  berkurang

(~~radius bidang kontak air-udara~~)

(radius kelengkungan keseimbangan bidang kontak air-udara berkurang)



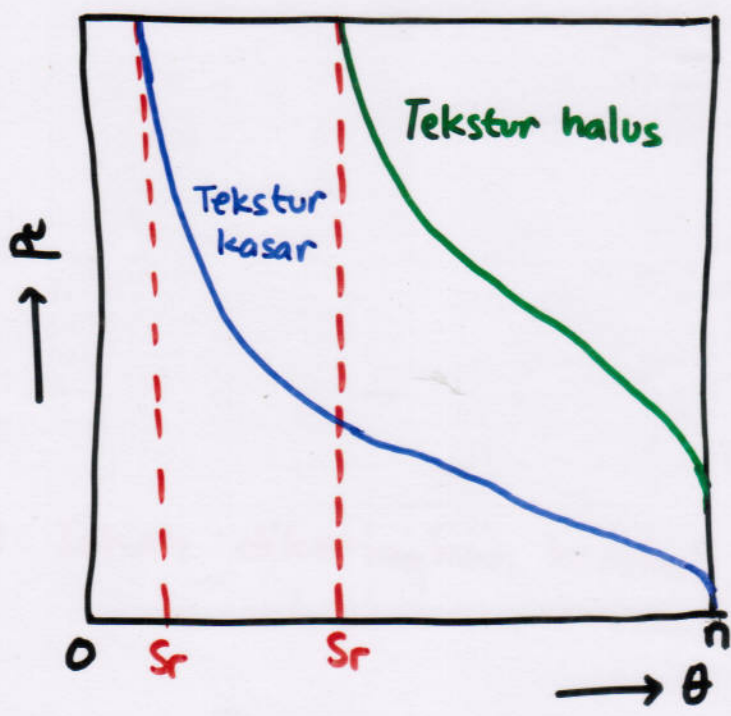
air yang ada ~~terdapat~~ pada rongga atau pori yang lebih kecil semakin banyak

Jika tekanan air di pori sebelah kiri (lihat gambar) dikurangi  $\rightarrow$  artinya  $P_c$  bertambah besar, maka gaya yang mendorong air semakin besar. Apabila  $r$  telah mencapai nilai minimum shg. tidak dapat mengecil lagi, maka bidang kontak air-udara akan bergeser/pindah dan air didalam pori di sisi kiri akan berpindah.

Karena air dan udara dapat berada bersama didalam ruang pori maka diperlukan parameter lain untuk menunjukkan volume air didalam aquifer.

⇒ kadar air / volumetric water content,  $\theta$

$P_c$  vs  $\theta$  ⇒ kurva retensi air (water-retention curve)



$$\frac{d\theta}{dP_c} = 0 \Rightarrow \theta = S_r$$

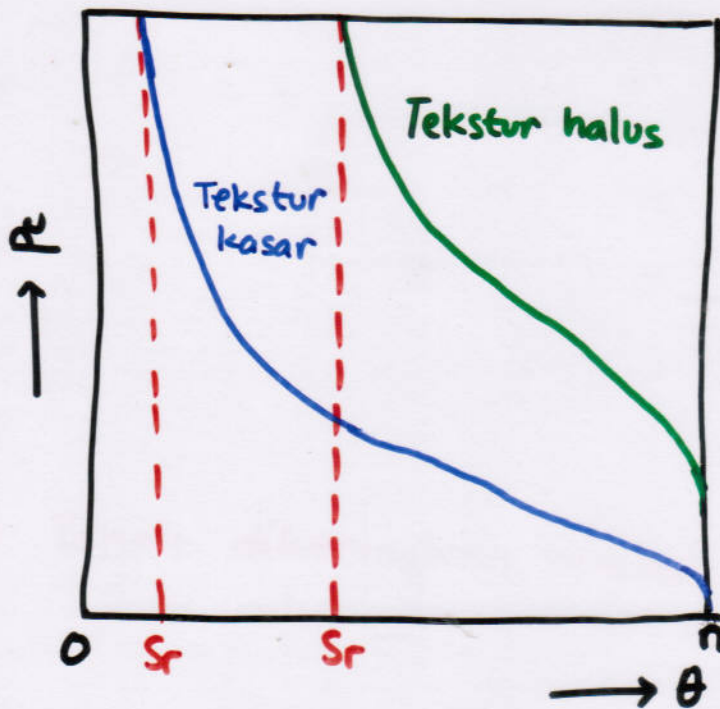
↑  
specific retention  
field capacity

Hubungan  $P_c - \theta$  tidak spesifik, tetapi

Karena air dan udara dapat berada bersama didalam ruang pori maka diperlukan parameter lain untuk menunjukkan volume air didalam akuifer.

⇒ kadar air / volumetric water content,  $\theta$

$P_c$  vs  $\theta$  ⇒ kurva retensi air  
(water-retention curve)

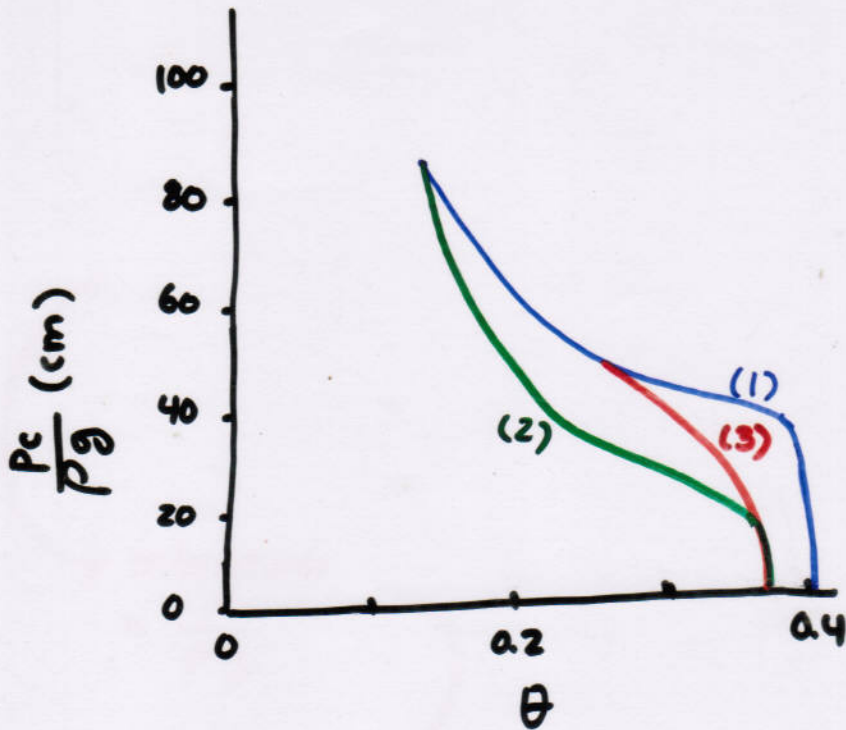


$$\frac{d\theta}{dP_c} = 0 \Rightarrow \theta = S_r$$

↑  
specific retention  
field capacity

Hubungan  $P_c - \theta$  tidak spesifik, tetapi bergantung pada riwayat kadar air tanah ybs.

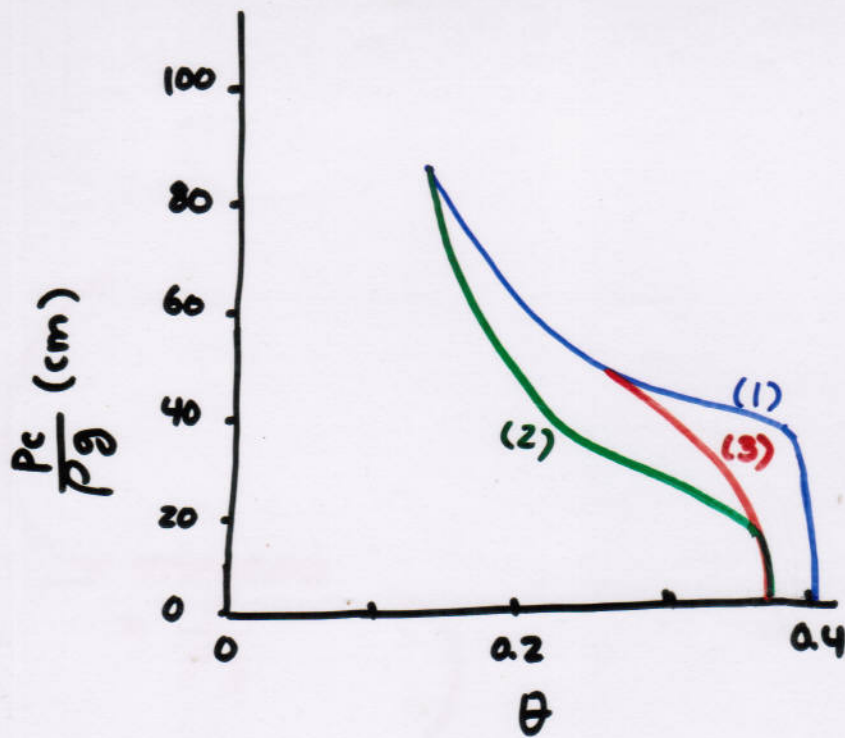




- (1) Tanah ~~air~~ jenuh dikeringkan (desaturasi)
- (2) Tanah kemudian diberi air sampai jenuh
- (3) Tanah dikeringkan kembali (desaturasi)

⇒ Disebut peristiwa histeresis

- Pada kurva (2), tanah jenuh dengan  $\theta = \theta_m < n$  pada  $P_c = 0$   
 ⇒ diakibatkan terperangkapnya udara pada saat wetting
- Di lapangan: udara terperangkap pada saat infiltrasi dan kenaikan m.a.t.  
 ⇒ oleh karena itu rongga pori jarang



- (1) Tanah ~~air~~ jenuh dikeringkan (desaturasi)
- (2) Tanah kemudian diberi air sampai jenuh
- (3) Tanah dikeringkan kembali (desaturasi)

⇒ Disebut peristiwa histeresis

- Pada kurva (2), tanah jenuh dengan  $\theta = \theta_m < n$  pada  $P_c = 0$   
 ⇒ diakibatkan terperangkapnya udara pada saat wetting
- Di lapangan: udara terperangkap pada saat infiltrasi dan kenaikan m.a.t.  
 ⇒ oleh karena itu rongga pori jarang sepenuhnya terisi air.

• DISTRIBUSI KADAR AIR DAN TEKANAN AIR DI ATAS MUKA AIR TANAH

$$-\frac{dp}{dz} = \rho g$$

→ keseimbangan gaya hidrostatis

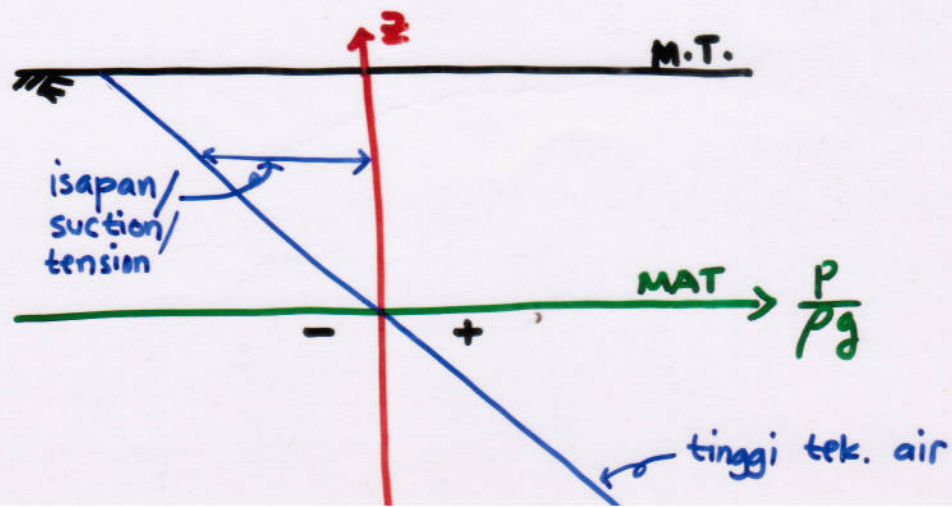
→ integrasi  
 $\times \frac{1}{\rho g}$

$$\frac{p}{\rho g} = -z + \text{konstanta}$$

$\frac{p}{\rho g}$  → tinggi tekanan

$z$  → elevasi, ⊕ ke atas dari datum

Jika  $z$  diukur dari mat dimana  $p=0$  relatif thd. tekanan atmosfer lokal, maka :





- DISTRIBUSI KADAR AIR DAN TEKANAN AIR  
DI ATAS MUKA AIR TANAH

$$-\frac{dp}{dz} = \rho g$$

→ keseimbangan gaya hidrostatis

→ integrasi

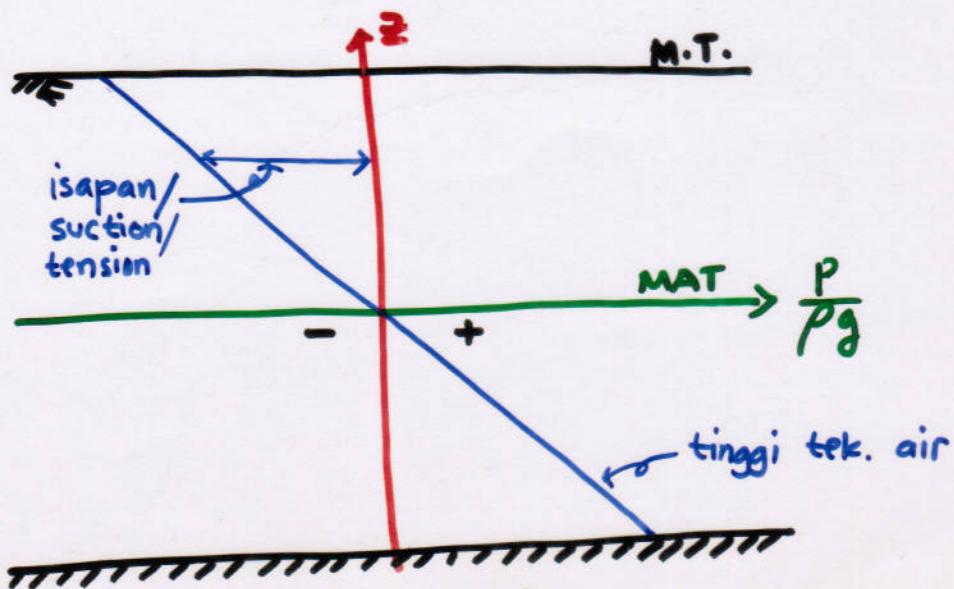
$$\times \frac{1}{\rho g}$$

$$\frac{p}{\rho g} = -z + \text{konstanta}$$

$\frac{p}{\rho g}$  → tinggi tekanan

$z$  → elevasi, ⊕ ke atas dari datum

Jika  $z$  diukur dari mat dimana  $p=0$  relatif thd. tekanan atmosfer lokal, maka :



- Tinggi tekanan air di atas m.a.t < tek. atmosfer  
 ⇒ air dari daerah ini tidak akan mengalir  
 kedalam sumur, drainasi, atau lubang? terbuka

$p < 0$

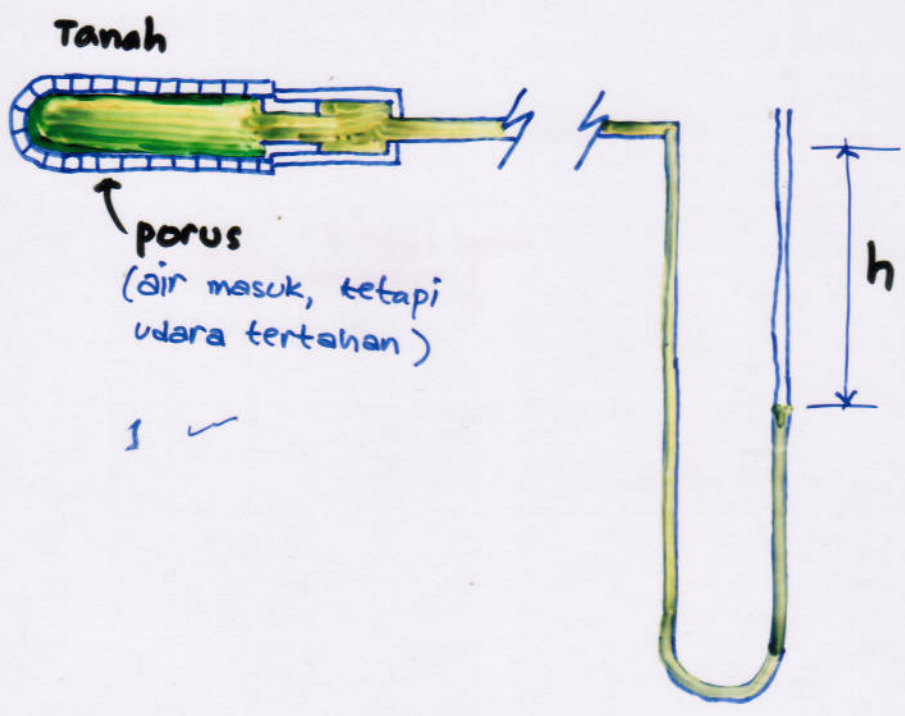
↓  
 untuk mendeteksi/mengukur  
 dipakai tensiometer

- Tekanan air negatif di atas m.a.t =  $p_c$

$$\frac{p_c}{\rho g} = z$$

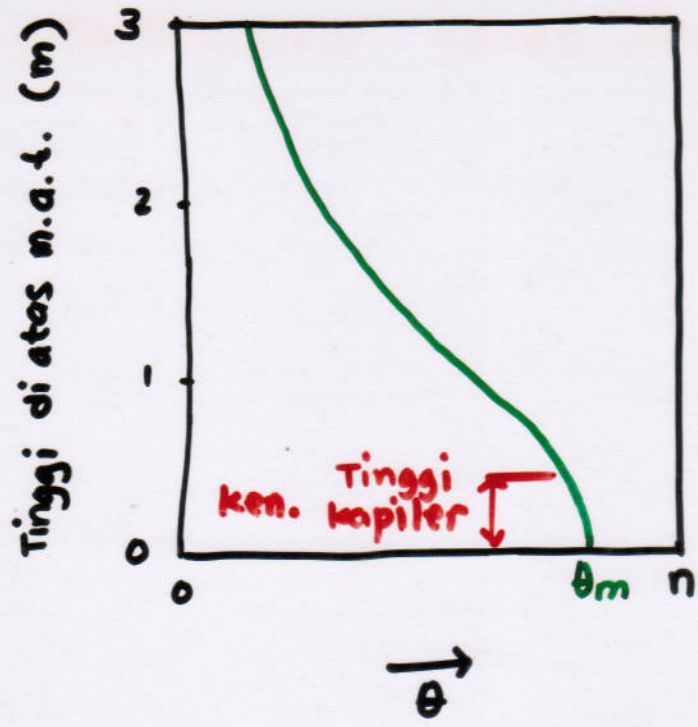
↓  
 valid untuk  
 air bawah permukaan  
 dan statik  
 dan kondisi keseimbangan/equilibrium

# TENSIDOMETER

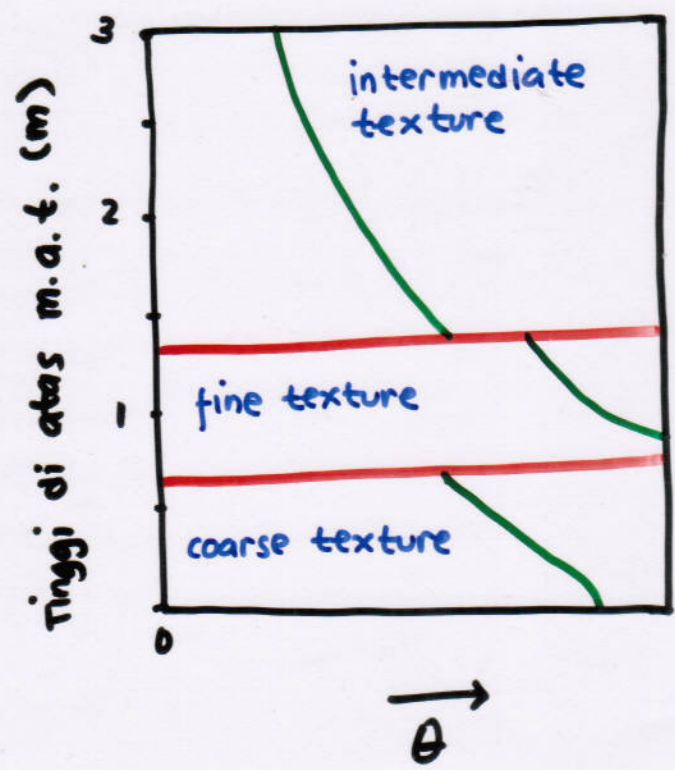


1 ✓





Tipikal distribusi (equilibrium) air di atas m.a.t. pada material homogen



Tipikal distribusi (equi.) air di atas m.a.t. pada material berlapis.

## • PENGUKURAN KADAR AIR

- sampel tanah ditimbang
- dikeringkan dlm. oven dengan suhu 106°C selama 24 jam
- sampel tanah (kering) ditimbang

- Kadar air (berdasarkan berat)

$$\theta_w = \frac{\text{berat air}}{\text{berat solid}} \times 100$$

- Kadar air (berdasarkan volume)

$$\theta_v = \frac{\text{vol. air}}{\text{vol. tanah (total)}} \times 100$$

- Rapat massa (bulk)

$$\rho_{\text{bulk}} = \frac{\text{berat solid}}{\text{vol. tanah total}}$$

$$\theta_v = \theta_w \times \rho_{\text{bulk}}$$

$$= \frac{\text{berat air}}{\text{berat solid}} \times \frac{\text{berat solid}}{\text{vol. tanah}}$$

$$= \frac{\text{berat air}}{\text{vol. tanah}}$$

$$= \frac{\text{vol. air}}{\text{vol. tanah}}$$

• SPECIFIC YIELD :  $S_y$

= jumlah air yang keluar dari tanah pada waktu tanah di-drain.

= selisih antara porositas dan specific retention

**effective**

= ~~effective~~ porosity

$$S_y = n - S_r$$

• APPARENT SPECIFIC YIELD :  $S_{ya}$

= rasio antara volume air yang ditambahkan/~~atau~~ masuk atau keluar dari aquifer jenuh terhadap perubahan volume aquifer di bawah muka air.

Dalam definisi tsb. terkandung arti bahwa volume air yang masuk atau keluar merupakan reaksi seketika thd. adanya perubahan volume aquifer.

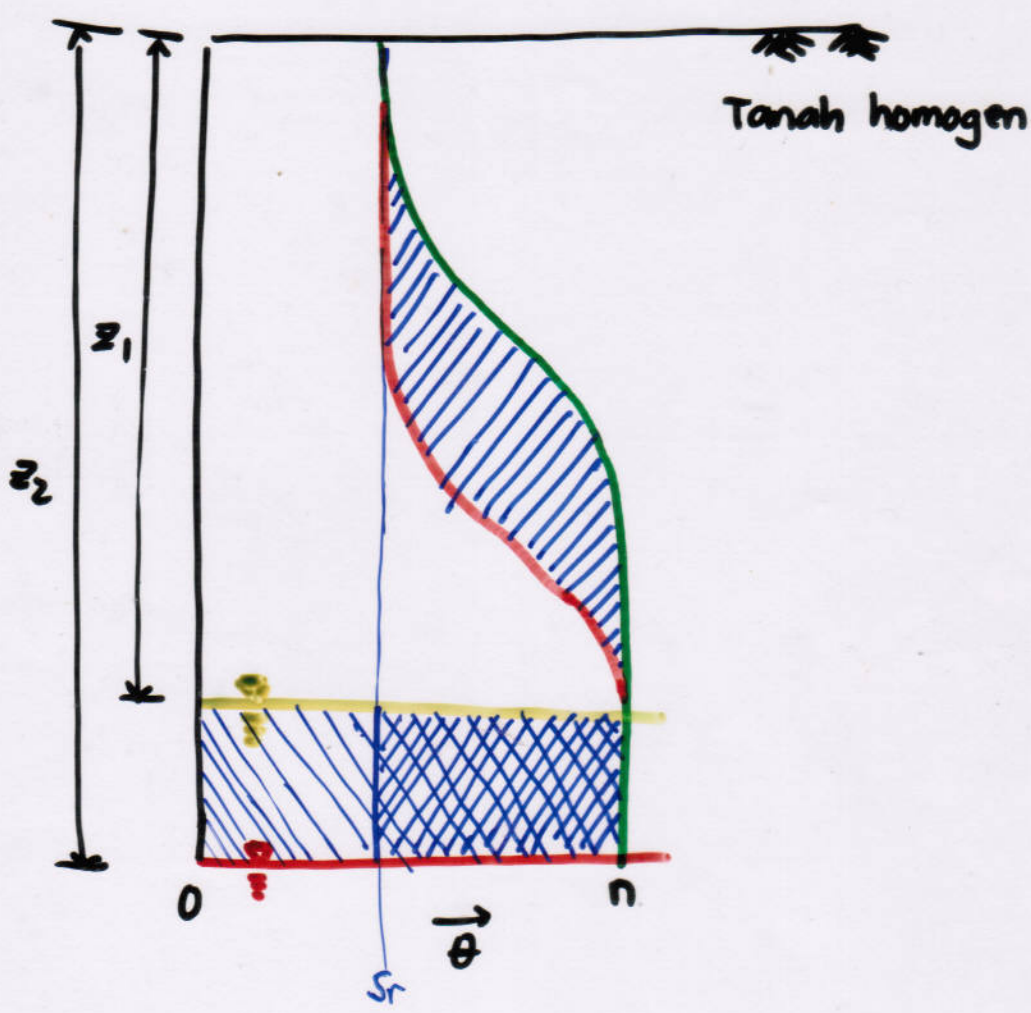
Misal : • m.a.t. turun → air keluar seketika

$$S_y \sim S_{ya} \quad ?$$

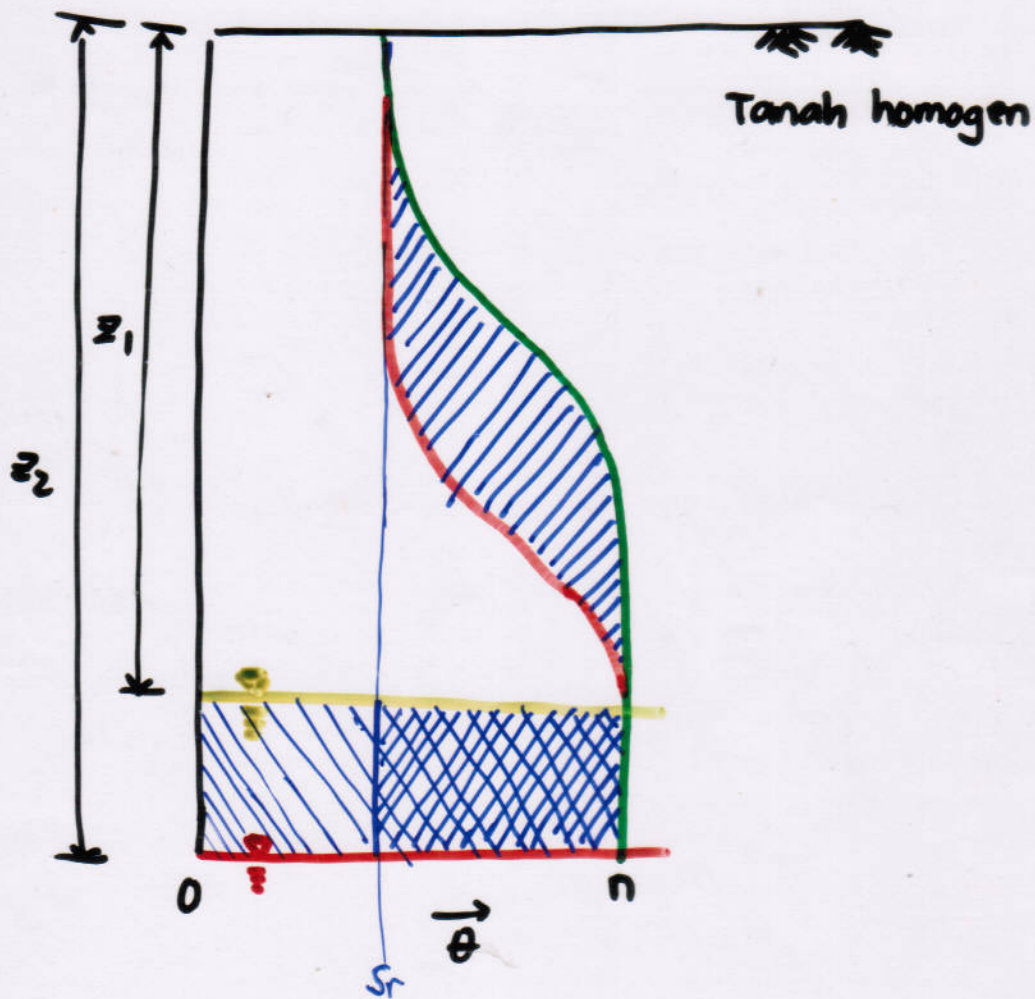
↓  
tak ada hub.,  
tetapi :

$$S_{ya} \leq S_y$$





- Tanah homogen, kondisi equilibrium
  - MAT turun perlahan-lahan dari  $z_1$  ke  $z_2$
  - Volume air keluar per satuan luas =  $(n - s_r)(z_2 - z_1)$
  - $S_{ya} = n - s_r$
- Kenyataan :
- Air keluar dari pori tidak secepat penurunan m.a.t.
  - Ada udara yang terperangkap di zona di



- Tanah homogen, kondisi equilibrium
- MAT turun perlahan-lahan dari  $z_1$  ke  $z_2$
- Volume air keluar per satuan luas =  $(n - s_r)(z_2 - z_1)$
- $S_{ya} = n - s_r$

Kenyataan :

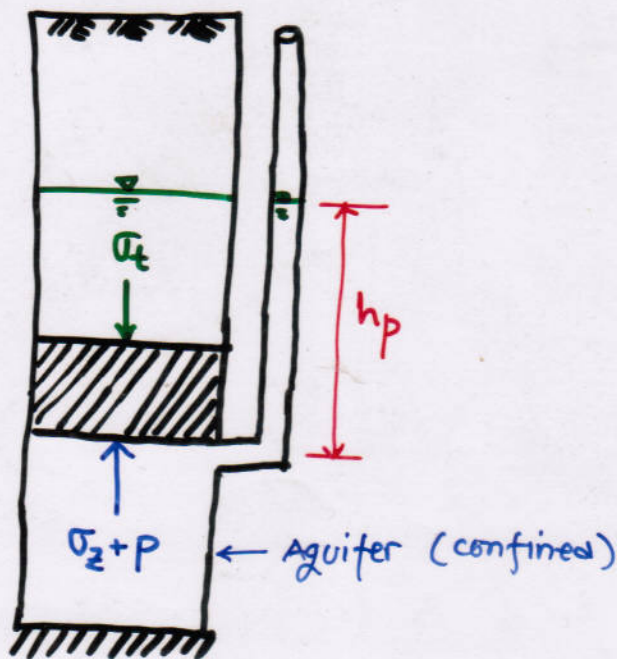
- Air keluar dari pori tidak secepat penurunan m.a.t.
- Ada udara yang terperangkap di zona di bawah m.a.t.

$$\Rightarrow S_{ya} < S_y$$



## 2.2. TAMPUNGAN PADA AQUIFER TERKEKANG

### • TEGANGAN DIDALAM AQUIFER



Beban yang bekerja di bagian bawah lapis kedap air adalah :

- berat material / struktur geologi, dan
- berat air

sebesar kolom di atas aquifer sampai muka tanah.

Gaya yang menahan/melawan :

- tegangan intergranular  $\sigma_z$
- tekanan air pori  $P$



$$\sigma_{total} = \sigma_z + p$$

↓  
tegangan efektif

• bagian teg. total yang ditahan oleh butir material aquifer

$$d\sigma_t = d\sigma_z + dp$$

Berat material + air di atas bidang kerja tidak berubah/konstan

Misal: air diambil melalui piezometer dari aquifer

→ berat material + air di atas aquifer tetap (tidak berubah)

Maka:  $d\sigma_t = 0$

$$d\sigma_z = -dp$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h_p$$

$$d\sigma_z = -\rho g dh_p$$

Dari uraian di atas dapat disimpulkan:

- pengurangan tekanan air pori akan dibarengi dengan penambahan tegangan efektif (tegangan intergranular)
- penambahan tegangan intergranular berarti terjadi pemadatan tanah → tebal dan volume pori aquifer berkurang.
- pemadatan (konsolidasi): • arah vertikal

↓  
tegangan efektif

- bagian teg. total yang ditahan oleh butir material aquifer

$$d\sigma_t = d\sigma_z + dp$$

Berat material + air di atas bidang kerja tidak berubah/konstan

Misal: air diambil melalui piezometer dari aquifer

→ berat material + air di atas aquifer tetap (tidak berubah)

$$\text{Maka: } d\sigma_t = 0$$

$$d\sigma_z = -dp$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h_p$$

$$d\sigma_z = -\rho g dh_p$$

Dari uraian di atas dapat disimpulkan:

- pengurangan tekanan air pori akan dibarengi dengan penambahan tegangan efektif (tegangan intergranular)
- penambahan tegangan intergranular berarti terjadi pemadatan tanah → tebal dan volume pori aquifer berkurang.
- pemadatan (konsolidasi):
  - arah vertikal
  - arah lateral → diabaikan



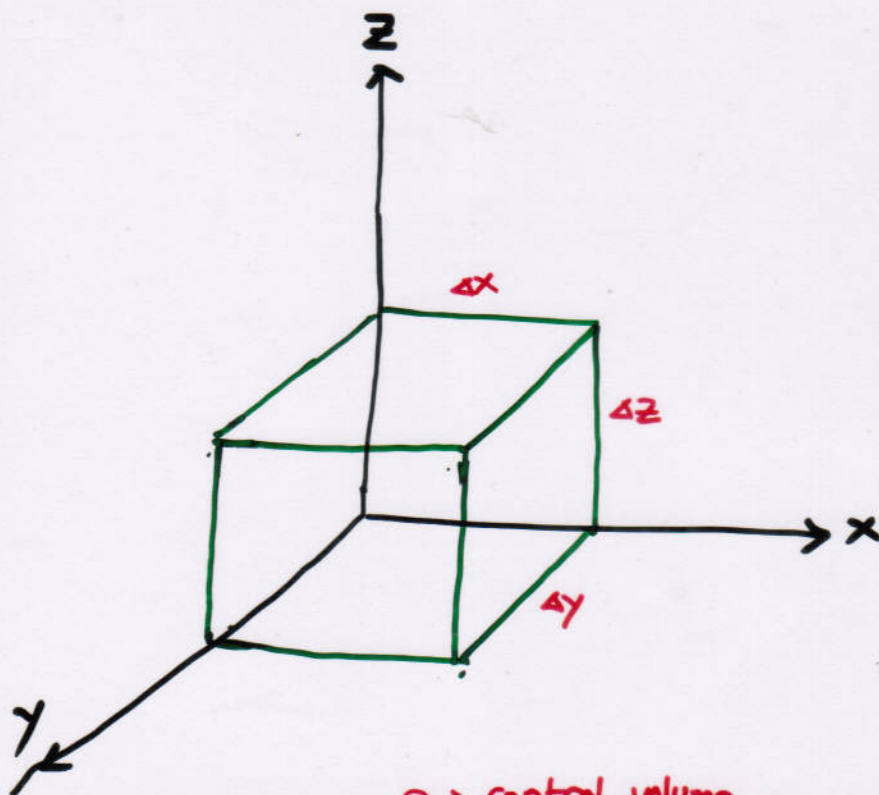
- SPECIFIC STORAGE & STORAGE COEFFICIENT

• volume air yang keluar dari tampungan 1 sat. vol. (confined) aquifer apabila terjadi penurunan tekanan air sebesar 1 satuan panjang.

→ SPECIFIC STORAGE

• volume air yang keluar karena:

- i) pemadatan aquifer
- ii) pengurangan rapat massa air



→ control volume  
keseimbangan material  
confined aquifer

Massa air :  $M = \rho \cdot n \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$



$$M = \rho n \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$dM = \left\{ \rho d(n \Delta z) + n \Delta z d\rho \right\} \Delta x \Delta y \rightarrow \text{perubahan massa air, dianggap hanya arah z}$$

perubahan massa karena perubahan rapat massa air dg. volume pori konstan  $\rightarrow dM_2$

perubahan massa karena perubahan volume pori dg. rapat massa konstan  $\rightarrow dM_1$

⊕ Kompresibiliti medium porous:

$$\alpha = \frac{-dV_T/V_T}{d\sigma_z}$$

$V_T$  = volume total massa tanah

$\sigma_z$  = tegangan efektif

Apabila dianggap hanya arah vertikal yang ditinjau, maka:

$$\begin{aligned} \alpha &= -\frac{1}{n \Delta z} \cdot \frac{d(n \Delta z)}{d\sigma_z} \\ &= \frac{1}{n \Delta z} \frac{d(n \Delta z)}{dp} \end{aligned}$$

Sehingga:

$$dM_1 = \rho d(n \Delta z) = \rho \cdot \alpha \cdot n \Delta z dp$$

## CATATAN

$$\alpha = \frac{1}{n \Delta z} \frac{d(n \Delta z)}{dp}$$

berarti bhw. aquifer dianggap elastik

Kenyataan: • kompresibiliti merupakan proses kombinasi fenomena elastisitas dan viskositas

- hubungan antara volume aquifer vs tekanan air pori pada saat aquifer memadat (pengurangan tekanan air pori) TIDAK SAMA dengan hubungan volume aquifer vs tekanan air pori pada saat aquifer mengembang (penambahan tekanan air pori)



Harus diperhatikan pada studi penurunan tanah (land subsidence)

✦ kompresibiliti air

$$\beta = - \frac{dV_w/V_w}{dp}$$

$$dp = d\left(\frac{m}{V_w}\right) = \frac{V_w dm - m dV_w}{V_w^2}$$

karena massa air konstan  $\Rightarrow dm = 0$

$$dp = - \frac{m dV_w}{V_w^2} = - \rho \frac{dV_w}{V_w}$$

$$dp = \rho \beta dp$$

$$\begin{aligned} dM_2 &= n \Delta z dp \\ &= n \cdot \Delta z \cdot \rho \cdot \beta \cdot dp \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dM &= (dM_1 + dM_2) \Delta x \Delta y \\ &= (\rho \alpha n \Delta z dp + n \Delta z \rho \beta dp) \Delta x \Delta y \end{aligned}$$

$$\frac{dM}{\Delta x \Delta y \Delta z} = n \rho (\alpha + \beta) dp$$

Dibagi  $\rho$  :

$$\frac{d\bar{V}_w}{\bar{V}_w} = n (\alpha + \beta) dp$$



## ⊕ kompresibiliti air

$$\beta = - \frac{dV_w/V_w}{dp}$$

$$dp = d\left(\frac{m}{V_w}\right) = \frac{V_w dm - m dV_w}{V_w^2}$$

karena massa air konstan  $\Rightarrow dm = 0$

$$dp = - \frac{m dV_w}{V_w^2} = - \rho \frac{dV_w}{V_w}$$

$$dp = \rho \beta dp$$

$$\begin{aligned} dM_z &= n \Delta z dp \\ &= n \cdot \Delta z \cdot \rho \cdot \beta \cdot dp \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dM &= (dM_1 + dM_2) \Delta x \Delta y \\ &= (\rho \alpha n \Delta z dp + n \Delta z \rho \beta dp) \Delta x \Delta y \end{aligned}$$

$$\frac{dM}{\Delta x \Delta y \Delta z} = n \rho (\alpha + \beta) dp$$

Dibagi  $\rho$  :

$$\frac{d\bar{V}_w}{\Delta x \Delta y \Delta z} = n (\alpha + \beta) dp$$

Dimana :  $d\bar{V}_w$  = perubahan volume air karena kompresibiliti air dan aquifer

Rada praktek → pengamatan  $h_p$ , bukan  $p$

$$h_p = \frac{p}{\rho g}$$

$$p = \rho g h_p$$

$$dp = \rho g dh_p + h_p d(\rho g)$$

$$g : \text{konstan} \Rightarrow d(\rho g) = 0$$

$$dp = \rho g dh_p$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{V}_w}{\Delta x \Delta y \Delta z} &= n(\alpha + \beta) dp \\ &= n(\alpha + \beta) \rho g dh_p \end{aligned}$$

Specific storage :  $S_s$

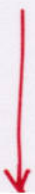
$$S_s = \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} \frac{d\bar{V}_w}{dh_p} = \rho g n(\alpha + \beta)$$

$$= \rho g (n\alpha + n\beta)$$

$$= \rho g (n\alpha_b + n\beta)$$

↓  
bulk (vertical) compressibility

$S_s$  = volume air yang keluar dari tampungan per satuan volume aquifer per satu satuan penurunan tinggi tekanan.



Kada praktek  $\rightarrow$  pengamatan  $h_p$ , bukan  $p$

$$h_p = \frac{p}{\rho g}$$

$$p = \rho g h_p$$

$$dp = \rho g dh_p + h_p d(\rho g)$$

$$g : \text{konstan} \Rightarrow d(\rho g) = 0$$

$$dp = \rho g dh_p$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{V}_w}{\Delta x \Delta y \Delta z} &= n(\alpha + \beta) dp \\ &= n(\alpha + \beta) \rho g dh_p \end{aligned}$$

Specific storage:  $S_s$

$$S_s = \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} \frac{d\bar{V}_w}{dh_p} = \rho g n(\alpha + \beta)$$

$$= \rho g (n\alpha + n\beta)$$

$$= \rho g (n\alpha_b + n\beta)$$

$\downarrow$   
bulk (vertical) compressibility

$S_s$  = volume air yang keluar dari tampungan per satuan volume aquifer per satu satuan penurunan tinggi tekanan.

$\downarrow$   
 $L^{-1}$

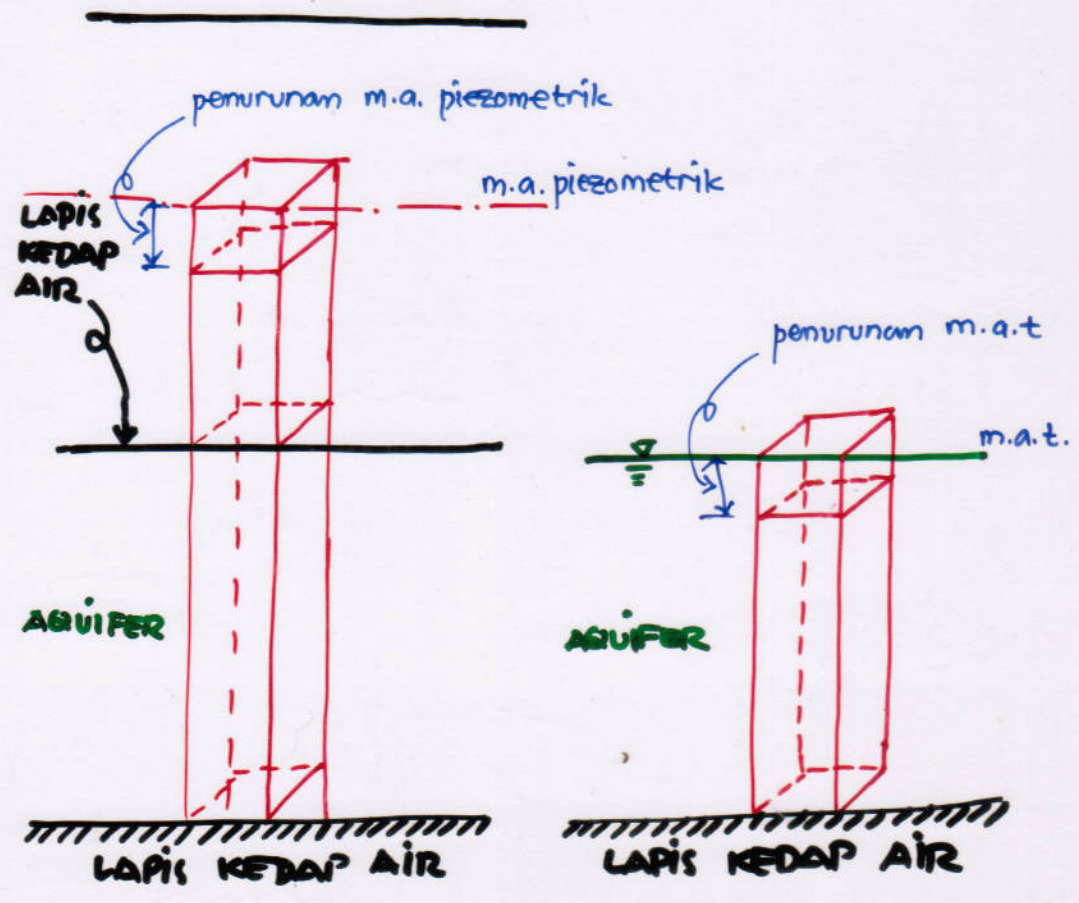


Apabila tebal aquifer seragam, b:

$$S = S_s \cdot b$$

↓  
STORAGE COEFFICIENT

= volume air yang keluar dari aquifer per satuan luas permukaan aquifer per p satu satuan penurunan tinggi hidraulik dengan arah normal terhadap bidang luas permukaan aquifer

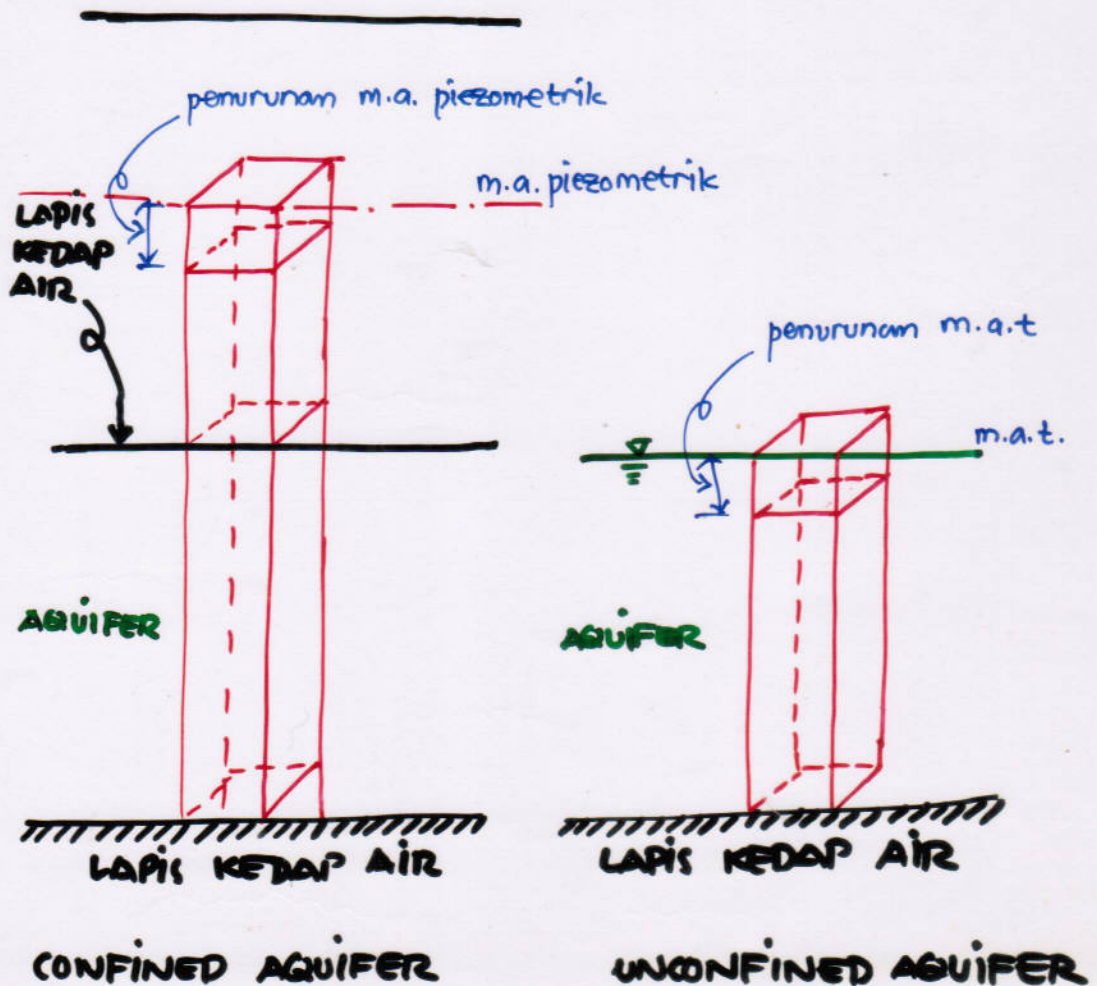


Apabila tebal aquifer seragam,  $b$ :

$$S = S_s \cdot b$$

↓  
STORAGE COEFFICIENT

= volume air yang keluar dari aquifer per satuan luas permukaan aquifer per  $p$  satu satuan penurunan tinggi hidraulik dengan arah normal terhadap bidang luas permukaan aquifer



CONTOH

Volume rata-rata suatu confined aquifer per km<sup>2</sup> adalah 3 x 10<sup>7</sup> m<sup>3</sup>. Nilai koef. tahanan dari hasil uji pemompaan di lokasi dg. b = 50m adalah 3.4 x 10<sup>-3</sup>.

Hitung volume air yang dapat diperoleh per km<sup>2</sup> dengan penurunan tinggi tekanan sebesar 25 m. Dianggap tidak ada imbuhan.

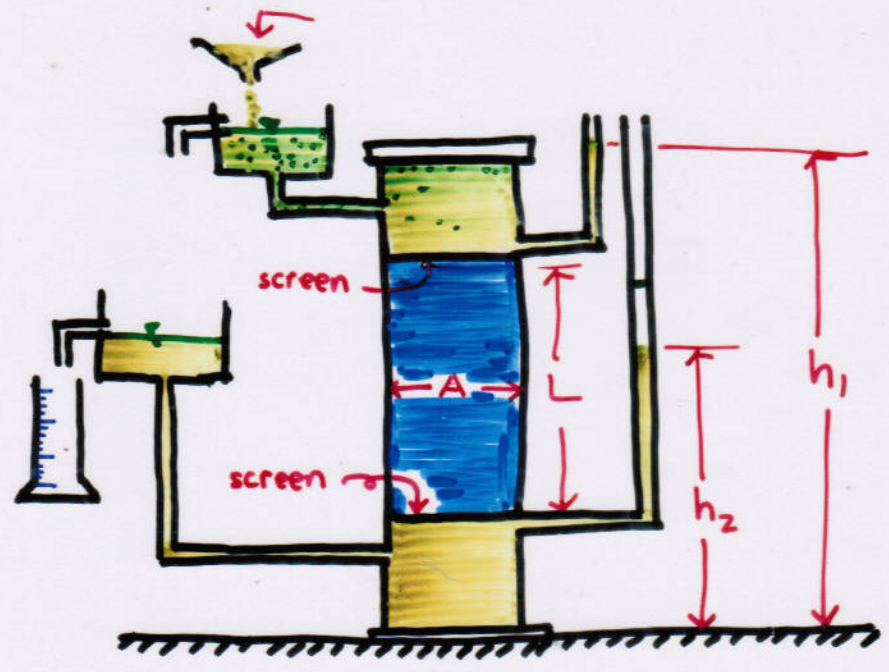
$$S_s = \frac{s}{b} = \frac{3.4 \times 10^{-3}}{50} = 6.8 \times 10^{-5} / m$$

$$V = 6.8 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^7 \times 25 = 5.1 \times 10^4 \text{ m}^3 / \text{km}^2$$



### iii. HUKUM DARCY DAN PERSAMAAN ALIRAN AIR TANAH

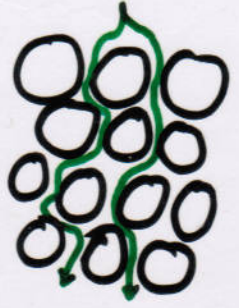
• HUKUM DARCY (1856)



$$Q \approx A \frac{h_1 - h_2}{L}$$

$$Q = KA \frac{h_1 - h_2}{L}$$

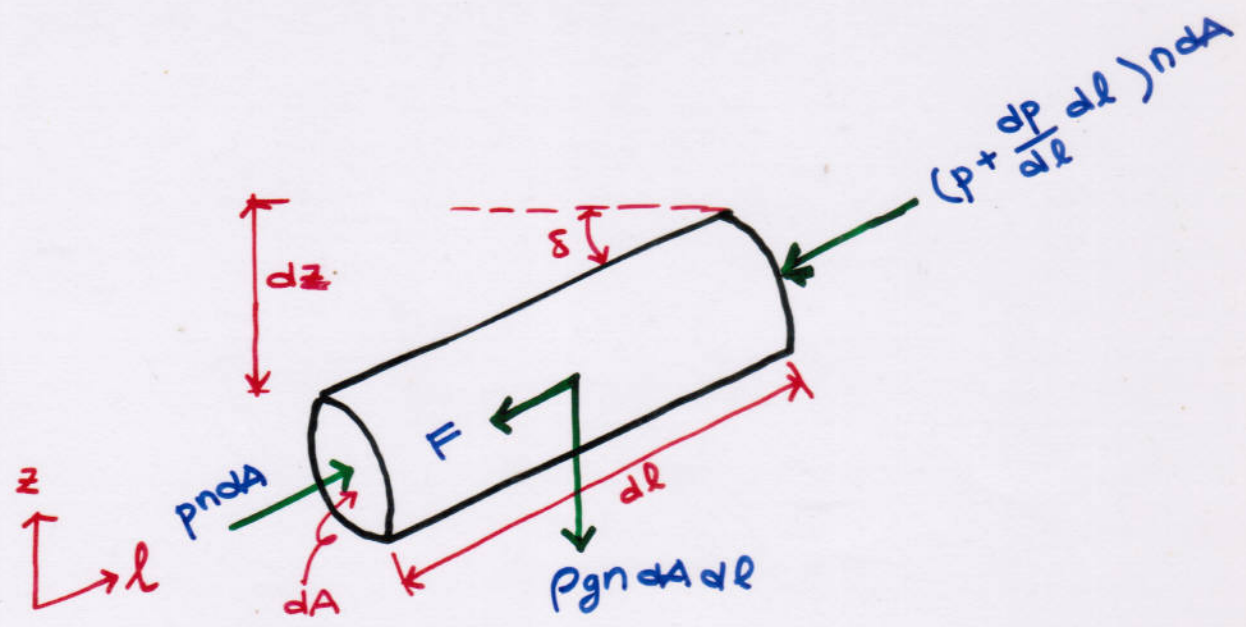
$$v = \frac{Q}{A} = K \frac{h_1 - h_2}{L}$$



$$A_e = n_e \cdot A_{Total}$$

$$v_a = \frac{v}{n_e}$$

• GAYA YANG BEKERJA  
PADA FLUIDA DALAM MEDIUM PORUS



Gambar: Gaya-gaya yang bekerja pada fluida yang bergerak di dalam suatu elemen volume medium porus.



Jika fluida (air) bergerak dengan laju konstan, maka keseimbangan gaya yang bekerja adalah:

$$p n dA - (p + \frac{dp}{dl} dl) n dA = (p g n dA dl) \sin \delta + F$$

$$\frac{F}{n dA dl} = - \left( \frac{dp}{dl} + p g \frac{dz}{dl} \right)$$

$$\frac{F}{n dA dl} = - \left( \frac{dp}{dl} + \rho g \frac{dz}{dl} \right)$$

↓  
Gaya penahan  
per satuan vol.  
fluida

↓  
Gaya penggerak per  
sat. vol. fluida akibat  
gaya gravitasi

↓  
Gaya penggerak per  
sat. vol. akibat  
perbedaan tekanan

### Gaya penahan, F

- gaya geser akibat gesekan (drag) partikel solid dengan fluida (viskositas)
- jika  $g$  besar timbul gaya penahan tambahan
  - percepatan konvektif: karena perubahan besar dan arah kecepatan saat melewati rongga
  - gaya inersia

Apabila gaya geser krn. viskositas dominan, maka  $F$  berbanding langsung dengan kecepatan Darcy.



# Penyelesaian Persamaan Navier-Stokes untuk 3 kasus :

- silinder dengan diameter  $R$

$$\frac{8\mu}{R^2} \bar{v} = - \left( \frac{dp}{dl} + \rho g \frac{dz}{dl} \right)$$

- aliran tipis dengan tebal  $d$

$$\frac{3\mu}{d^2} \bar{v} = - \left( \frac{dp}{dl} + \rho g \frac{dz}{dl} \right)$$

- aliran di antara 2 plat dengan jarak  $b$

$$\frac{12\mu}{b^2} \bar{v} = - \left( \frac{dp}{dl} + \rho g \frac{dz}{dl} \right)$$

⇒ Gaya penahanan per satuan volume

$$\Rightarrow \frac{F}{n d A dl} = \frac{C \mu}{d^2} l$$

$C$  : angka tak-berdimensi, bergantung pada bentuk "saluran"

Penyelesaian Persamaan Navier-Stokes  
untuk 3 kasus:

- silinder dengan diameter  $R$

$$\frac{8\mu}{R^2} \bar{v} = - \left( \frac{dp}{dl} + \rho g \frac{dz}{dl} \right)$$

- aliran tipis dengan tebal  $d$

$$\frac{3\mu}{d^2} \bar{v} = - \left( \frac{dp}{dl} + \rho g \frac{dz}{dl} \right)$$

- aliran di antara 2 plat dengan jarak  $b$

$$\frac{12\mu}{b^2} \bar{v} = - \left( \frac{dp}{dl} + \rho g \frac{dz}{dl} \right)$$

⇒ Gaya penahanan per satuan volume

$$\Rightarrow \frac{F}{n d A dl} = \frac{C \mu}{\bar{d}^2} g$$

$C$ : angka tak-berdimensi, bergantung pada bentuk "saluran"

$\bar{d}^2$ : karakteristik dimensi karakteristik wahana aliran

$$\frac{F}{n d A d l} = - \left( \frac{d p}{d l} + \rho g \frac{d z}{d l} \right)$$

$$\frac{F}{n d A d l} = \frac{c \mu}{\bar{d}^2} q$$

$$\rightarrow q = - \frac{\bar{d}^2}{c \mu} \left( \frac{d p}{d l} + \rho g \frac{d z}{d l} \right)$$

Apabila :  $\frac{\bar{d}^2}{c} = k$

↓  
intrinsic permeability [L<sup>2</sup>]

$$q = - \frac{k}{\mu} \left( \frac{d p}{d l} + \rho g \frac{d z}{d l} \right)$$

= Persamaan umum / Bentuk umum Hukum Darcy untuk fluida dengan rapat massa konstan atau rapat massa variabel

Apabila  $\rho$  konstan :

$$q = - \frac{k \rho g}{\mu} \frac{d}{d l} \left( \frac{p}{\rho g} + z \right)$$

$$q = - \frac{k \rho g}{\mu} \frac{d h}{d l}$$

$h$  = tinggi piezometrik  
= tinggi hidraulik

$$= \frac{p}{\rho g} + z$$



- KONDUKTIVITAS HIDRAULIK  $K$   
PERMEABILITAS INTRINSIK  $k_r$

$$q = -K \frac{dh}{dl}$$

$$q = - \frac{k \rho g}{\mu} \frac{dh}{dl}$$

$\left[ K \right] = \frac{\rho g}{\mu} \left[ k \right]$

$\downarrow$   $L T^{-1}$                        $\downarrow$   $L^2$

$K$  bergantung pada :

- medium : porositas  
distribusi partikel  
bentuk partikel
- fluida : rapat massa  
kekentalan

$k_r$  bergantung pada :

- medium

• GATASAN HUKUM DARCY

1. Aliran laminar

$Re < 1$

$1 \leq Re < 10$  : aliran mulai tak-laminar

$Re > 10$  : aliran turbulen

$Re = \frac{v \cdot \bar{d}}{\nu} = \frac{\rho v \bar{d}}{\mu}$

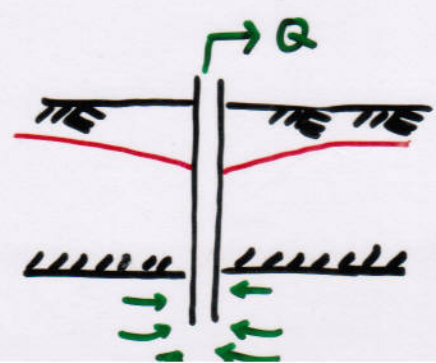
$Re = \frac{\rho g \bar{d}}{\mu}$

$\nu$  : kinematic viscosity

$\mu$  : dynamic viscosity

2. Tidak berlaku untuk aliran di medium yang sangat halus, misal di colloidal clay

3. Tidak berlaku di daerah dekat sumbu pompa dimana  $\frac{dh}{dr} \gg shg$ . aliran turbulen



## • GATASAN HUKUM DARCY

### 1. Aliran laminar

$$Re < 1$$

$1 \leq Re < 10$  : aliran mulai tak-laminar

$Re > 10$  : aliran turbulen

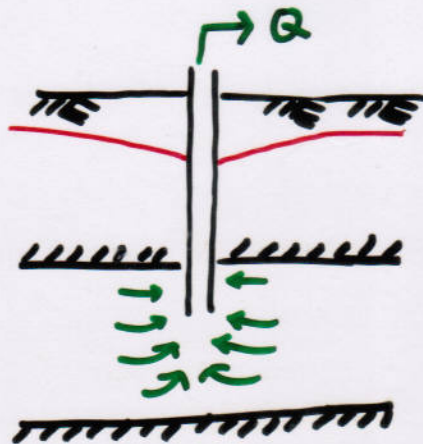
$$Re = \frac{v \cdot \bar{d}}{\nu} = \frac{\rho v \bar{d}}{\mu}$$

$$Re = \frac{\rho g \bar{d}}{\mu}$$

$\nu$  : kinematic viscosity

$\mu$  : dynamic viscosity

2. Tidak berlaku untuk aliran di medium yang sangat halus, misal di colloidal clay
3. Tidak berlaku di daerah dekat sumbu pompa dimana  $\frac{dh}{dr} \gg$  shg. aliran turbulen





$$S_y : 0.10 - 0.30 > S_y \gg S$$

$$S : 10^{-5} - 10^{-3}$$

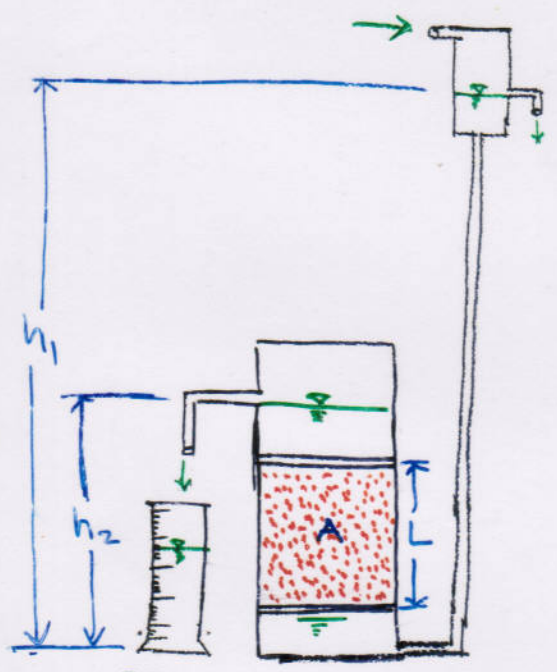
6. PENENTUAN K

a. DI LABORATORIUM

Sampel tanah { disturbed  $\rightarrow$  X  
} un disturbed

K sangat bergantung pada kondisi, sifat, dan struktur medium, shg. disturbed sample tidak dapat dipakai untuk menghitung K.

Cara analisis :



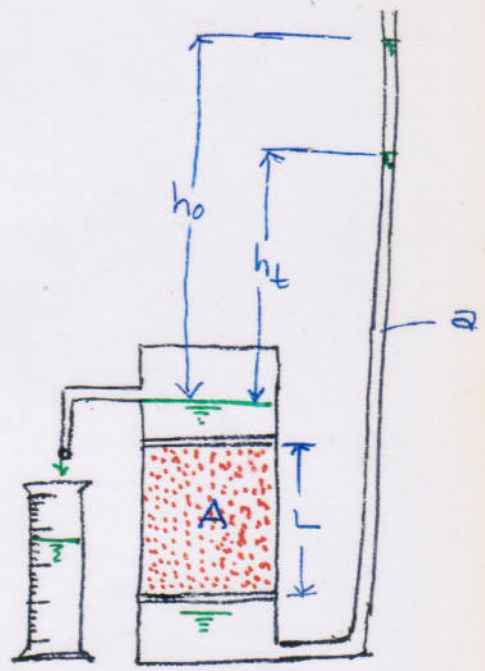
V dalam t

$$Q = \frac{V}{t}$$

constant head permeameter

$$K = \frac{QL}{A \cdot \Delta h}$$

$$= \frac{V \cdot L}{A \cdot t} \cdot \frac{1}{h_1 - h_2}$$



dV dalam dt

falling head permeameter

$$Q = a \cdot \frac{dh}{dt} \dots (1)$$

$$Q = K \cdot A \cdot \frac{h}{L} \dots (2)$$

$$K = \frac{QL}{A \cdot t} \ln \frac{h_0}{h_t}$$

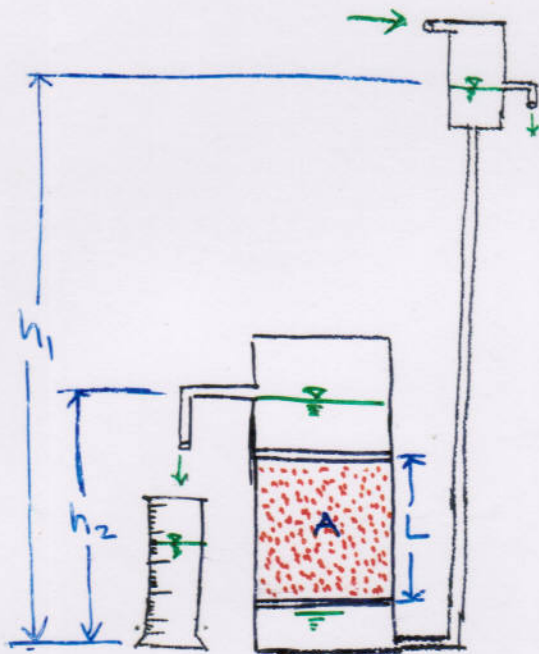
## 6. PENENTUAN K

### a. DI LABORATORIUM

Sampel tanah  $\left\{ \begin{array}{l} \text{disturbed} \rightarrow \times \\ \text{undisturbed} \end{array} \right.$

K sangat bergantung pada kondisi, sifat, dan struktur medium, sehingga disturbed sample tidak dapat dipakai untuk menghitung K.

Cara analisis :



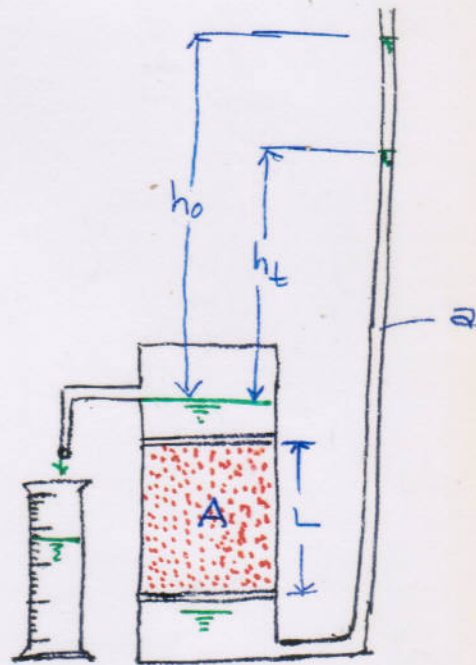
V dalam t

$$Q = \frac{V}{t}$$

constant head permeameter

$$K = \frac{QL}{A \cdot \Delta h}$$

$$= \frac{V \cdot L}{A \cdot t} \cdot \frac{1}{h_1 - h_2}$$



dV dalam dt

falling head permeameter

$$Q = Q \cdot \frac{dh}{dt} \dots (1)$$

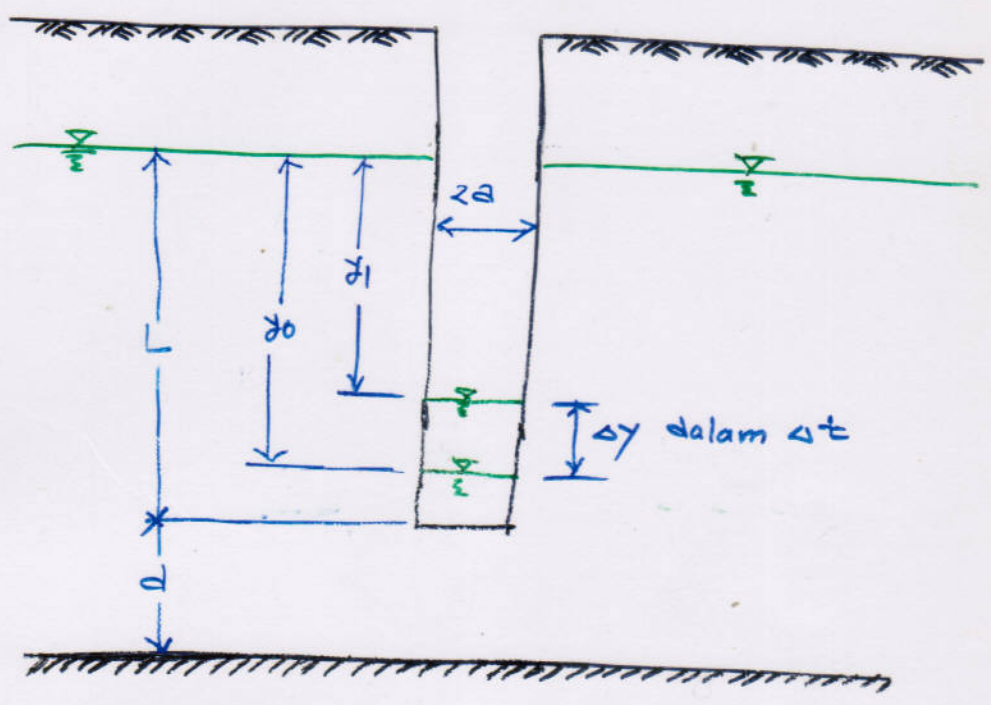
$$Q = K \cdot A \cdot \frac{h}{L} \dots (2)$$

$$K = \frac{QL}{A \cdot t} \ln \frac{h_0}{h_t}$$

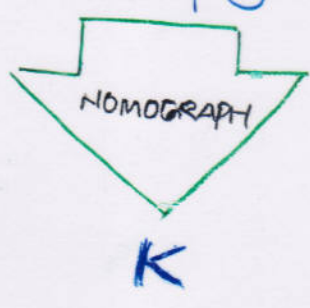


b. DI LAPANGAN

(i) AUGER HOLE

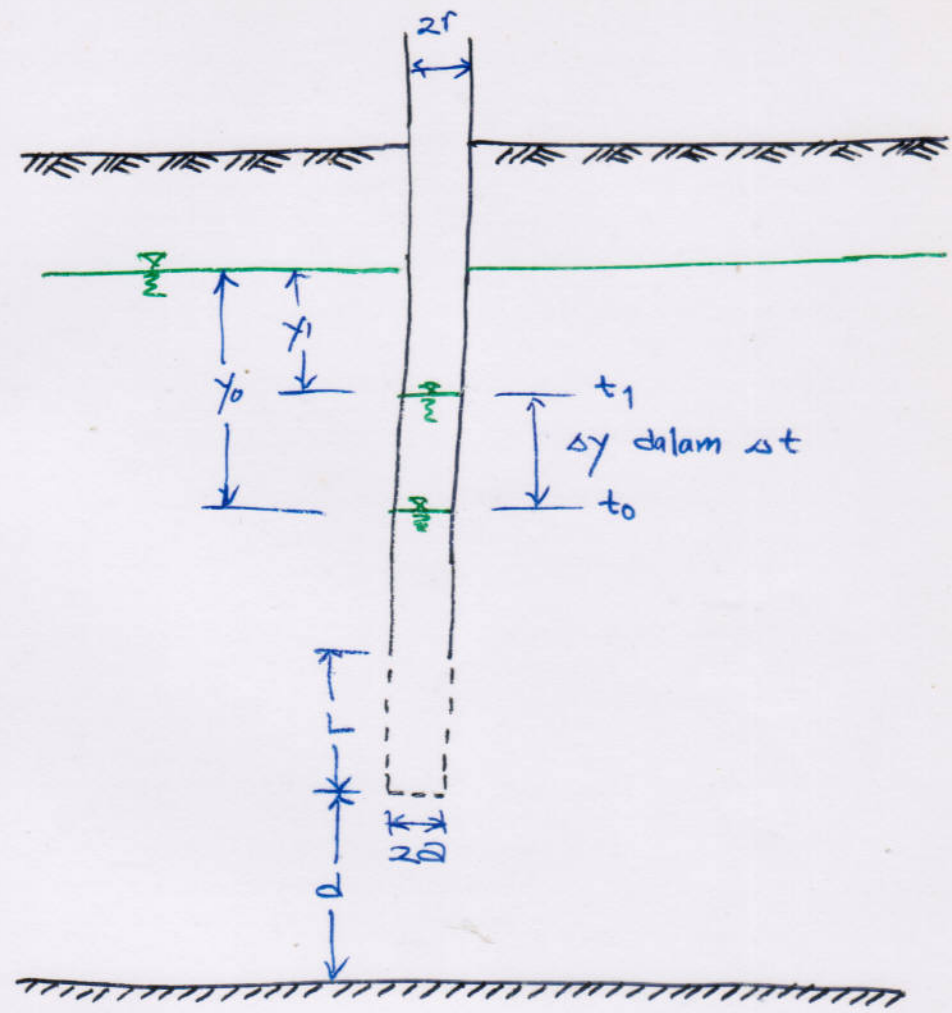


- Diukur :
- Diameter lubang  $2a$
  - Kecepatan naik muka air di lubang,  $\frac{\Delta y}{\Delta t}$
  - Kedalaman lubang di bawah m.a.t.,  $L$
  - Ada tidaknya impermeable layer
  - Jarak rata-rata m.a.t ke m.a. di lubang selama pengukuran





(ii) PIEZOMETER

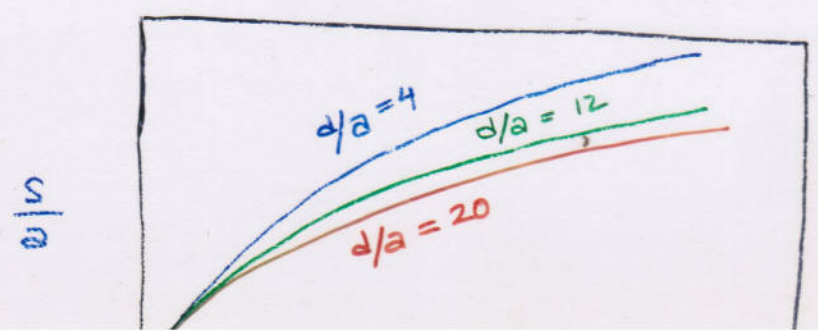


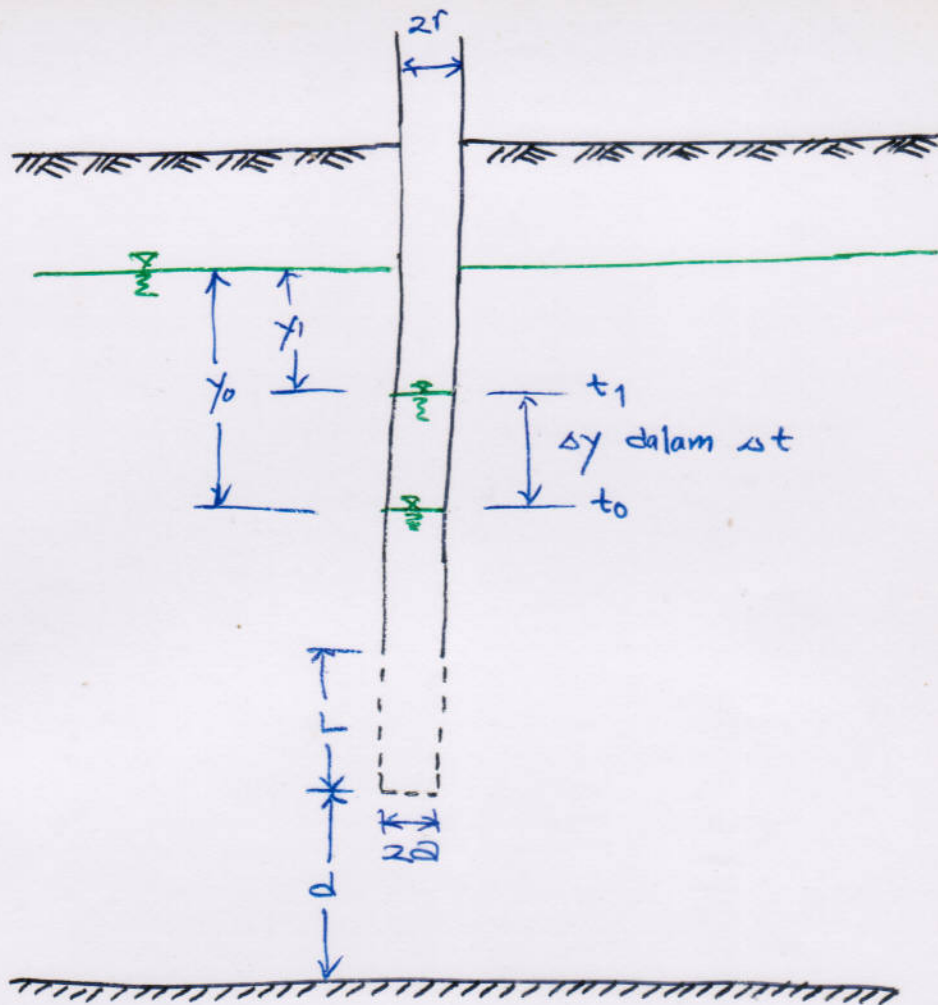
Rumus KIRKHAM (1946)

$$K = \frac{\pi r^2 \ln \left( \frac{y_0}{y_1} \right)}{S (t_1 - t_0)}$$

r = diameter (dalam) piezometer

S = koefisien, dsbb. faktor bentuk (shape factor)  
[L]





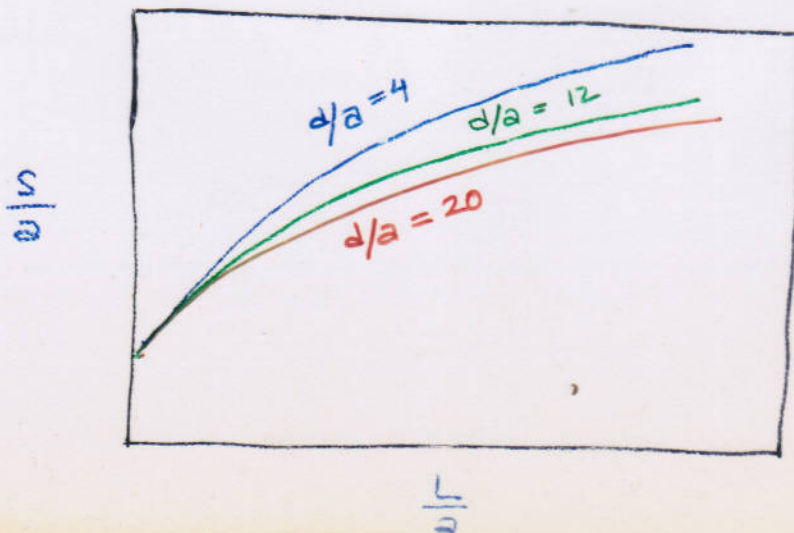
Rumus KIRKHAM (1946)

$$K = \frac{\pi r^2 \ln \left( \frac{y_0}{y_1} \right)}{S (t_1 - t_0)}$$

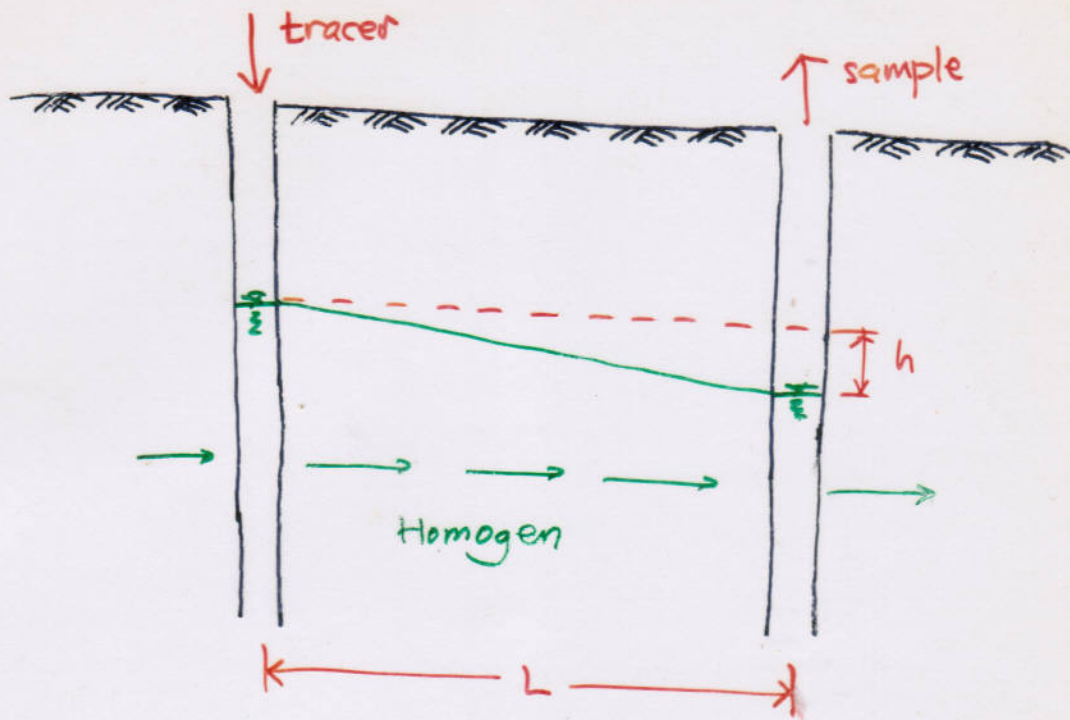
$r$  = diameter (dalam) piezometer

$S$  = koefisien, dsbb. faktor bentuk (shape factor)

[L]



(iii) TRACER



Kecepatan tracer,  $v_a = \frac{L}{\Delta t}$

$$v_a = \frac{K}{L} \frac{h}{\Delta t} \quad \left. \vphantom{v_a} \right\} K = \frac{n L^2}{h \Delta t}$$

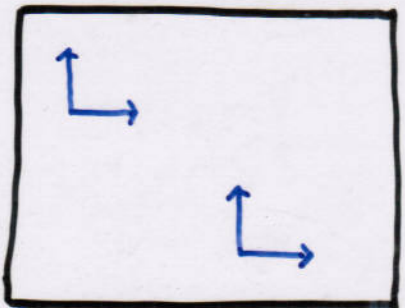
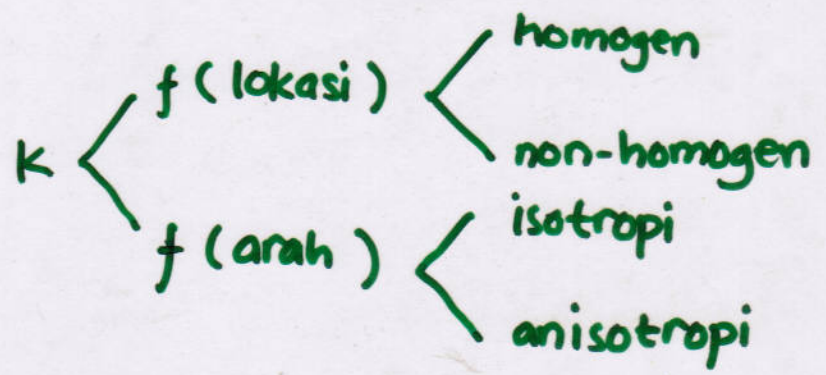


• NON-HOMOGEN DAN ANISOTROPY

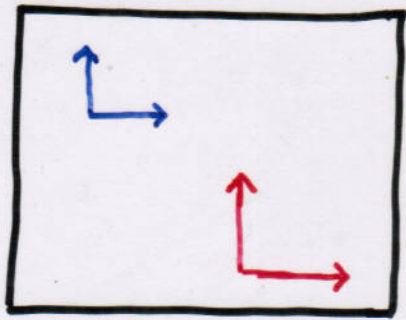
---

• AQUIFER NON-HOMOGEN

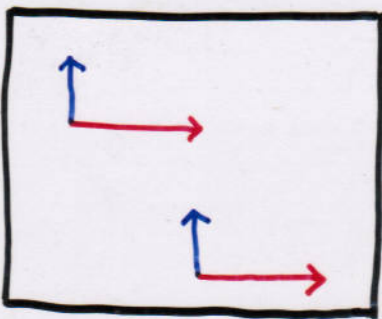
→ parameter  $K$  : hidr. kond.



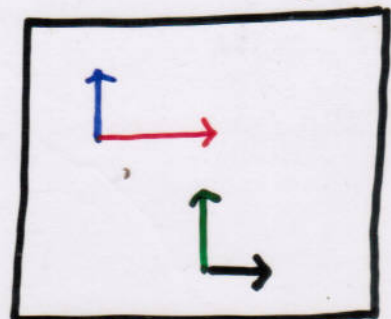
homogen - isotropi



non-homogen - isotropi



homogen - anisotropi



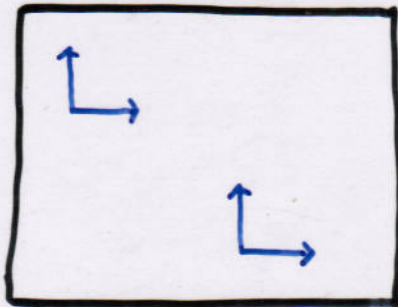
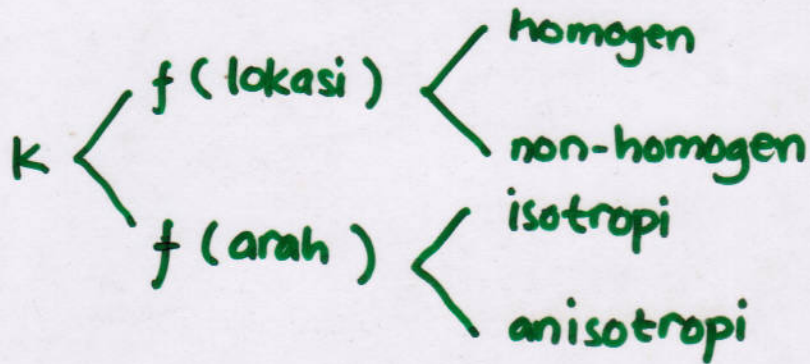
non-homogen - anisotropi

• NON-HOMOGEN DAN ANISOTROPY

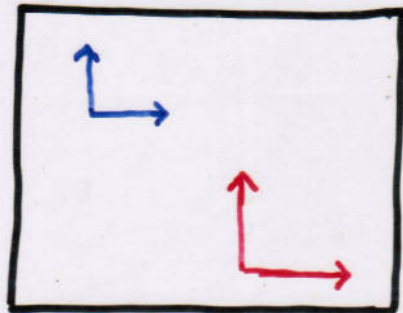
---

• AQUIFER NON-HOMOGEN

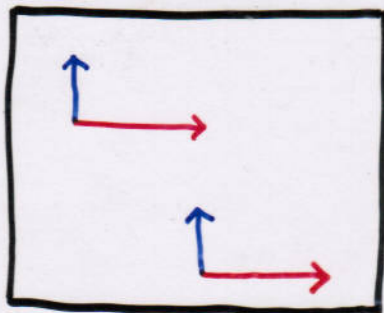
→ parameter  $K$  : hidr. kond.



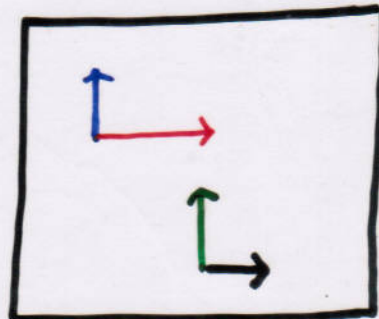
homogen - isotropi



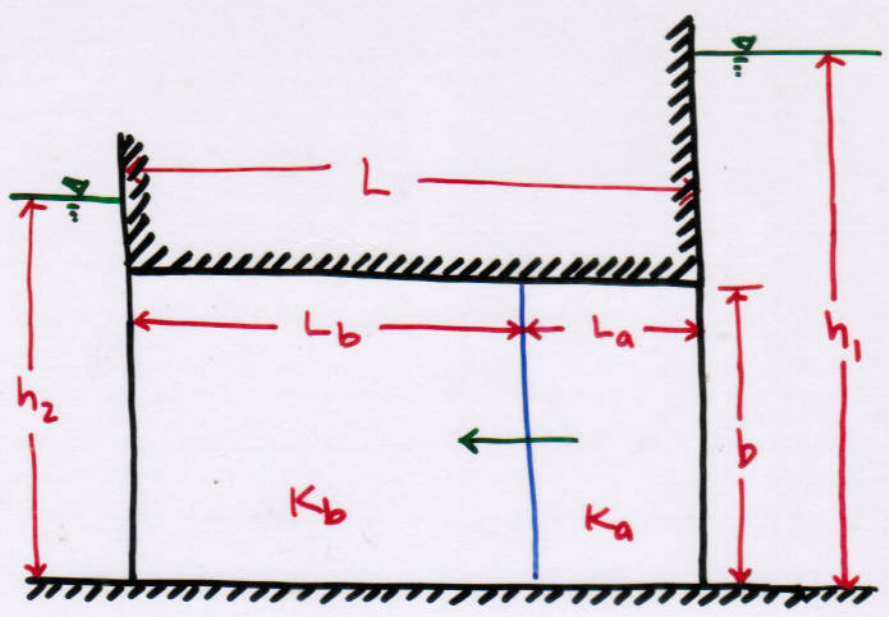
non-homogen - isotropi



homogen - anisotropi



non-homogen - anisotropi



$$\frac{QL}{bK} = \frac{QLa}{bKa} + \frac{QLb}{bKb}$$

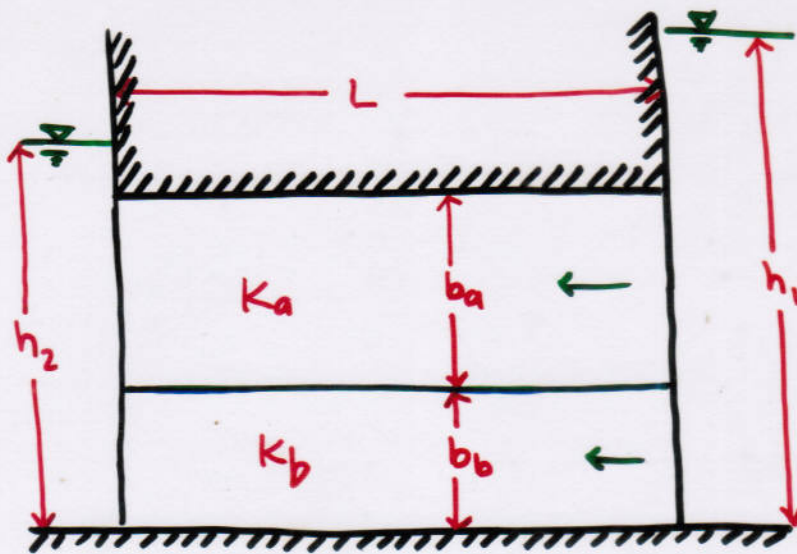
$$L = La + Lb$$

$$K1 = \frac{L}{\frac{La}{Ka} + \frac{Lb}{Kb}}$$

Untuk n lapis aquifer

$$K1 = \frac{L}{\sum \frac{Li}{Ki}}$$





$$Q = -b \bar{K} \frac{h_2 - h_1}{L}$$

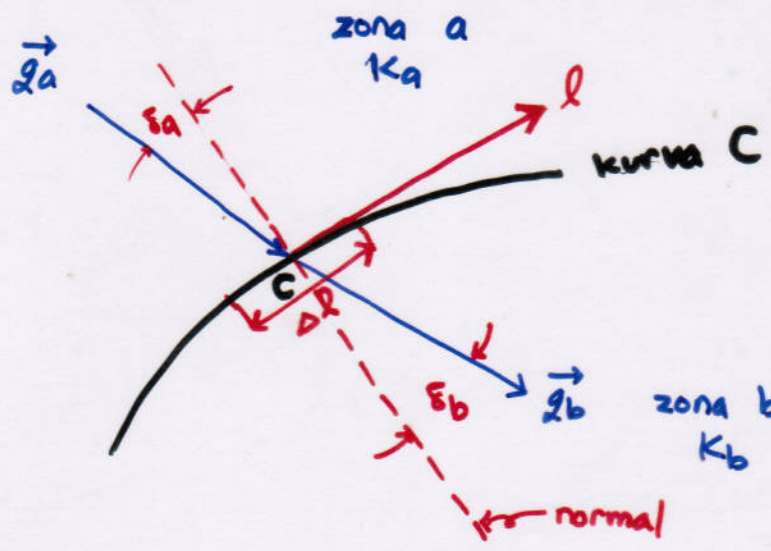
$$b = b_a + b_b$$

$$Q = -b_a K_a \frac{h_2 - h_1}{L} - b_b K_b \frac{h_2 - h_1}{L}$$

$$\bar{K} = \frac{K_a b_a + K_b b_b}{b}$$

Untuk  $n$  lapis aquifer

$$\bar{K} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i K_i}{\sum_{i=1}^n b_i}$$



$q_a \cos \delta_a = q_b \cos \delta_b \rightarrow$  aliran melewati segmen  $\Delta l$

Karena :  $(\frac{P}{\rho g})_a = (\frac{P}{\rho g})_b$  dan

$$z_a = z_b$$

maka :  $h_a = h_b$  (di C)

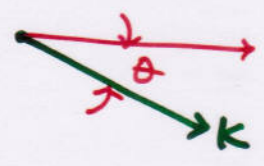
shg. :  $\frac{\partial h_a}{\partial l} = \frac{\partial h_b}{\partial l}$  (di C)

$$\frac{q_a}{K_a} \sin \delta_a = \frac{q_b}{K_b} \sin \delta_b$$

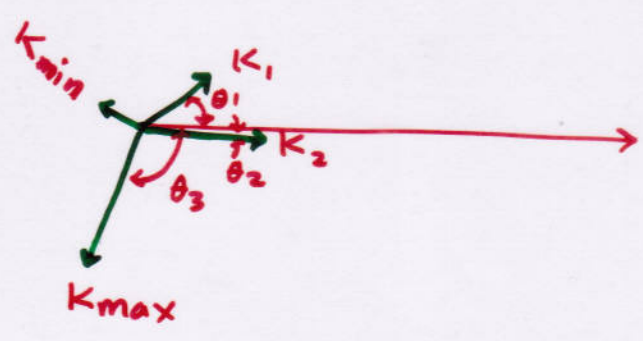
$$\frac{K_a}{K_b} = \frac{\tan \delta_a}{\tan \delta_b}$$

• AGUIFER ANISOTROPI

$K$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{sama besar ke semua arah} \rightarrow \text{isotropi} \\ \text{tak sama besar ke semua arah} \rightarrow \text{anisotropi} \end{array} \right.$



$K = K(\theta)$



Sudut  $\theta$  dimana  $K = K_{max}$   
 $K = K_{min}$  } dibt. arah utama anisotropi  
 (principal directions)

$\theta_1 = \theta |_{K_{max}}$   
 $\theta_2 = \theta |_{K_{min}}$

$\theta_1 \perp \theta_2$



Apabila sistem koordinat ditetapkan sedemikian hingga sumbu koordinat berimpit dengan arah utama anisotropi maka  $K$  dapat dinyatakan dengan :

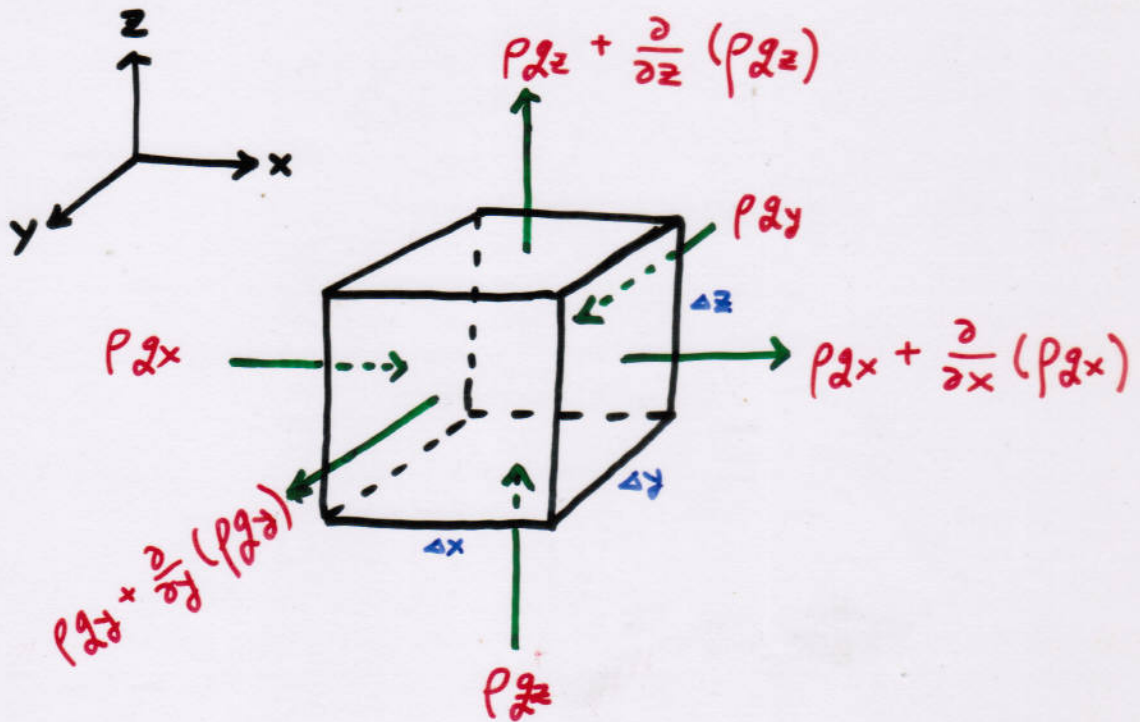
$$K_x, K_y \rightarrow 2D$$

$$K_x, K_y, K_z \rightarrow 3D$$

Jika  $K_x = K_y = K_z \rightarrow$  aquifer isotropik

$K_x \neq K_y \neq K_z \rightarrow$  aquifer anisotropik

## ● PERSAMAAN ALIRAN AIR TANAH (CONFINED AQUIFER)



- volume kontrol elemen: aliran air tanah melalui medium porus

Hukum konservasi massa :

- laju neto aliran air masuk kedalam volume kontrol elemen sama dengan laju perubahan tumpukan massa air didalam volume kontrol elemen tsb.

Sehingga :

$$\frac{\partial(p_gx)}{\partial x} + \frac{\partial(p_gy)}{\partial y} + \frac{\partial(p_gz)}{\partial z} = \frac{\partial(\rho n)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial(\rho g_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho g_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho g_z)}{\partial z} = n \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial n}{\partial t}$$

Laju perubahan massa air karena perkembangan air dengan adanya perubahan rapat massa air  $\rho$

Laju perubahan massa air karena pemampatan (konsolidasi) medium porous (perubahan  $n$ )

Perubahan  $\rho$  dan  $n$  diakibatkan oleh perubahan  $h$  dan volume air yang keluar untuk setiap penurunan  $h$  sebesar 1 satuan adalah  $S_s$  dimana  $S_s = \rho g (\alpha + n\beta) \frac{\partial h}{\partial t}$

Dengan demikian persamaan kekekalan massa air diatas dapat ditulis sbd.

$$\frac{\partial(\rho g_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho g_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho g_z)}{\partial z} = \rho S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

Dengan mengingat bahwa

$$\rho \frac{\partial z}{\partial t} \gg z \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

maka  $z \frac{\partial \rho}{\partial t}$  dapat diabaikan

Sehingga



$$\rho \frac{\partial g_x}{\partial x} + \rho \frac{\partial g_y}{\partial y} + \rho \frac{\partial g_z}{\partial z} = \rho S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$\text{Hk. Darcy : } g = K \frac{\partial h}{\partial l}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

→ PERS. UMUM ALIRAN AIR TANAH

CONFINED AQUIFER

NON-HOMOGEN

ANISOTROPI

TAK-PERMANEN

• HOMOGEN - ISOTROPI

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial h}{\partial t}$$

• HOMOGEN-ISOTROPI - PERMANEN

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

→ PERS. LAPLACE

• PERSAMAAN ALIRAN AIR TANAH (UNCONFINED AQUIFER)

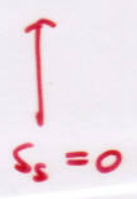
Air yang keluar dari tumpukan unconfined aquifer adalah akibat dari:

- keluarnya air dari pori
- air mengembang
- material aquifer memadat > sangat kecil  
=> diabaikan

Pada prinsipnya, tempat kedudukan muka air tanah dinyatakan dengan persamaan berikut

$$\frac{\partial}{\partial x} [K_x \frac{\partial h}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y} [K_y \frac{\partial h}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z} [K_z \frac{\partial h}{\partial z}] = 0$$

→ PERS. ALIRAN AIR TANAH  
UNCONFINED AQUIFER  
NON - HOMOGEN  
ANISOTROPI  
TAK - PERMANEN



Untuk menyelesaikan persamaan di atas, Tk m.a.t harus diketahui → domain hitungan. Tetapi Tk m.a.t merupakan hasil hitungan.





# • PERSAMAAN ALIRAN AIR TANAH (UNCONFINED AQUIFER)

Air yang keluar dari tampungan unconfined aquifer adalah akibat dari:

- keluarnya air dari pori
- air mengembang
- material aquifer memadat } sangat kecil  
⇒ diabaikan

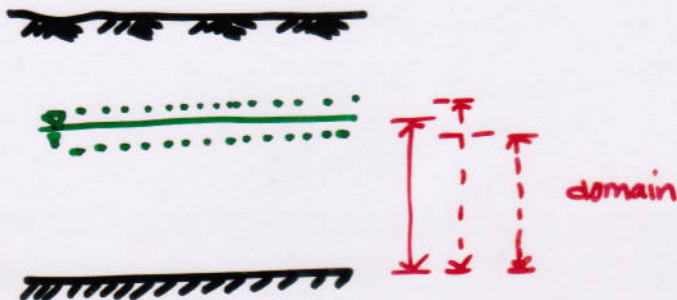
Pada prinsipnya, tempat kedudukan muka air tanah dinyatakan dengan persamaan berikut

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right] = 0$$

→ PERS. ALIRAN AIR TANAH  
UNCONFINED AQUIFER  
NON-HOMOGEN  
ANISOTROPI  
TAK-PERMANEN

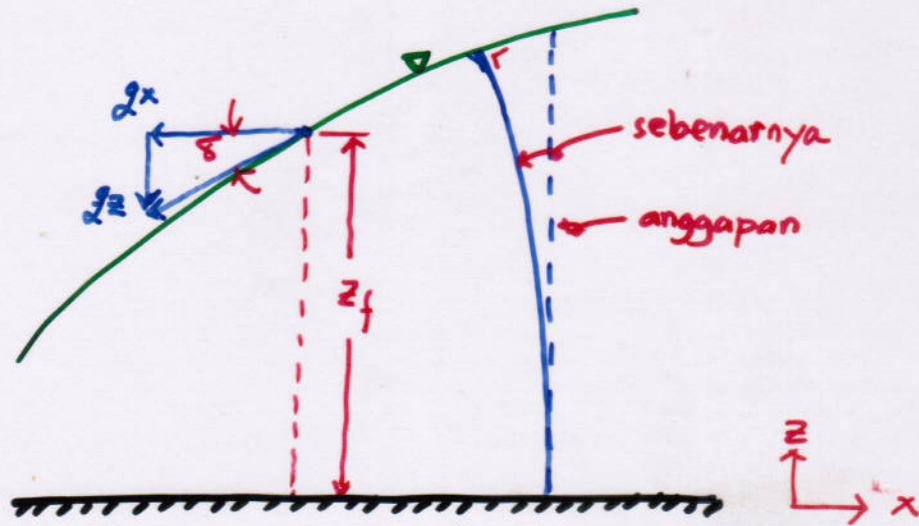
↑  
 $S_s = 0$

Untuk menyelesaikan persamaan di atas,  
TK m.a.t harus diketahui → domain hitungan  
Tetapi TK m.a.t merupakan hasil hitungan.





## PERSAMAAN DUPUIT - FORCHEIMER



### Asumsi Dupuit - Forcheimer

- (i) Aliran horizontal; garis aliran horizontal dan garis equipotensial tegak.
- (ii) Kemiringan hidraulik sama dengan kemiringan m.a.t. dan tidak berubah sepanjang kedalaman yang ditinjau.

### Penjelasan:

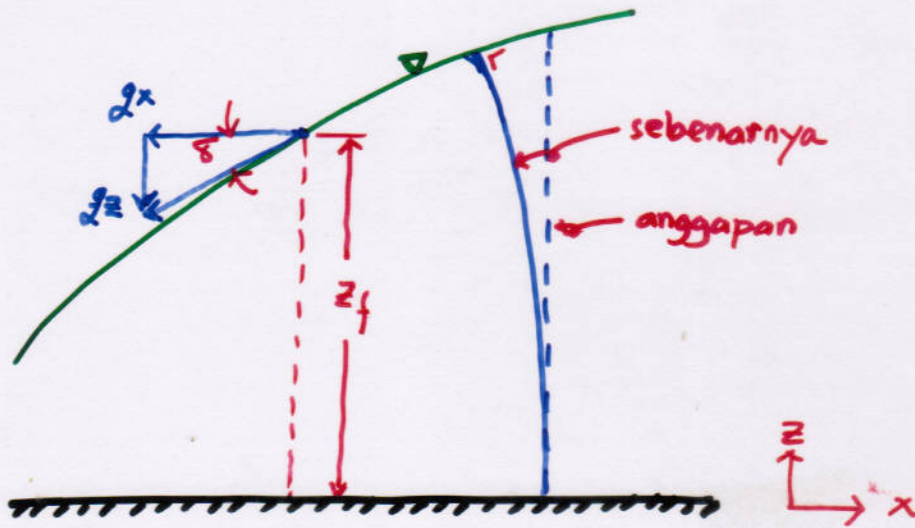
Debit per satuan lebar di setiap tampang vertikal adalah:

$$Q = \int_0^{z_f} q_x(x, z) dz$$

Untuk menyelesaikan pers. integral tsb. fungsi  $q_x(x, z)$  harus diketahui.

namun apabila kemiringan ...

# PERSAMAAN DUPUIT - FORCHEIMER



## Asumsi Dupuit - Forcheimer

- (i) Aliran horizontal; garis aliran horizontal dan garis equipotensial tegak.
- (ii) Kemiringan hidraulik sama dengan kemiringan m.a.t. dan tidak berubah sepanjang kedalaman yang ditinjau.

## Penjelasan:

Debit per satuan lebar di setiap tampang vertikal adalah:

$$Q = \int_0^{z_f} q_x(x, z) dz$$

Untuk menyelesaikan pers. integral tsb. fungsi  $q_x(x, z)$  harus diketahui.

Namun apabila kemiringan m.a.t.  $\delta$  kecil, maka

$$q_x(x, z) \approx q_x(x, z_f)$$

Dengan demikian :

$$Q = q_x(x, z_f) z_f = -k \frac{dh}{dx} z_f$$

dimana h adalah tinggi piezometrik di titik di m.a.t.

oleh karena tinggi tekanan di m.a.t adalah nol maka:

$$h = \frac{p}{\rho g} + z_f = z_f$$

shg.

$$Q = -k h \frac{dh}{dx}$$

→ h = tinggi / tebal aliran  
= tinggi piezometrik di m.a.t

$\frac{dh}{dx}$  = tangen kemiringan m.a.t. thd. bidang horizontal

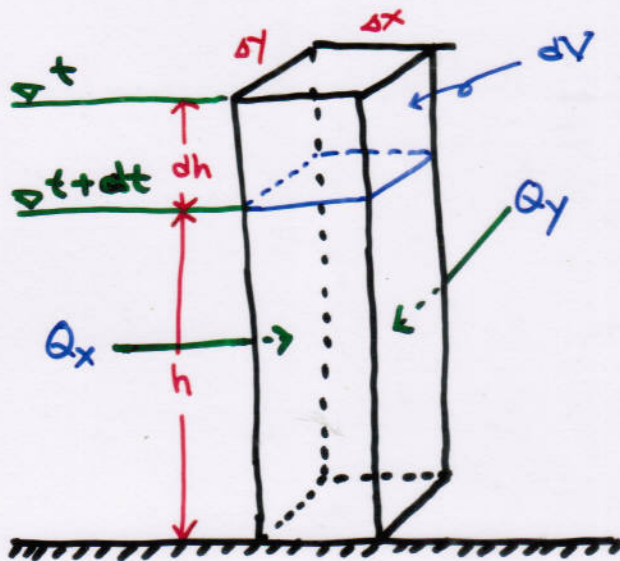
CATATAN :

$Q = -k h \frac{dh}{dx}$  berlaku jika kemiringan m.a.t kecil, atau  $(\frac{dh}{dx})^2 \ll 1$



# PERSAMAAN BOUSSINESQ

Dengan memakai asumsi DF, mk. aliran air tanah dalam unconfined aquifer dapat didekati dengan volume kontrol keseimbangan material berikut



$$dV = \Delta x \Delta y dh$$

$$dV_w = S_y a dV$$

$$\text{Outflow neto} = \frac{\partial Q_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \Delta y$$

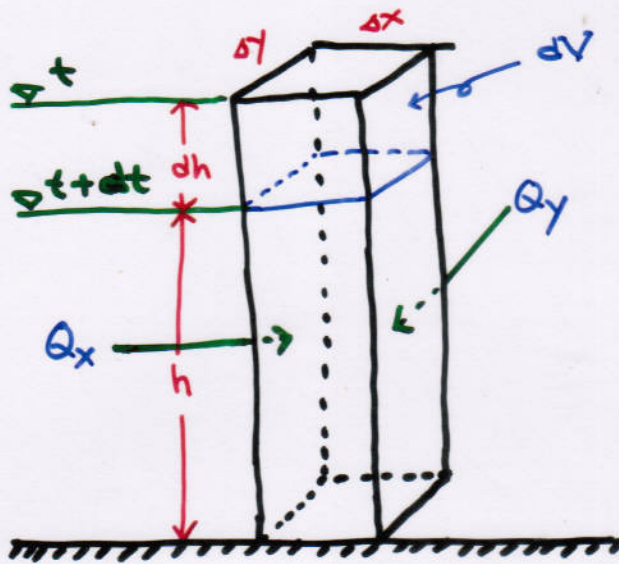
$$\frac{\text{outflow neto}}{\Delta x \Delta y} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( Kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( Kh \frac{\partial h}{\partial y} \right)$$

outflow neto = laju perubahan volume tampungan

$$\frac{\partial V_w}{\partial t} = S_y a \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \Delta y$$

## PERSAMAAN BOUSSINESQ

Dengan memakai asumsi DF, mk. aliran air tanah dalam unconfined aquifer dapat didekati dengan volume kontrol keseimbangan material berikut



$$dV = \Delta x \Delta y dh$$

$$dV_w = S_{ya} dV$$

$$\text{Outflow neto} = \frac{\partial Q_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \Delta y$$

$$\frac{\text{outflow neto}}{\Delta x \Delta y} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( Kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( Kh \frac{\partial h}{\partial y} \right)$$

outflow neto = laju perubahan volume tampungan

$$\frac{\partial V_w}{\partial t} = S_{ya} \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \Delta y$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( Kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( Kh \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S_{ya} \frac{\partial h}{\partial t}$$

### AKUIFER HOMOGEN

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{S_{ya}}{K} \frac{\partial h}{\partial t}$$

→ PERS. BOUSSINESQ NON-LINEAR

Apabila perubahan  $h$  relatif kecil thd.  $h$ , maka tinggi/tebal aliran dapat dianggap sama dengan kedalaman rata-rata  $b$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S_{ya}}{bK} \frac{\partial h}{\partial t}$$

→ PERS. BOUSSINESQ LINEAR