

Degradasi dan Agradasi Dasar Sungai

Persamaan Saint Venant - Exner
Model Parabolik

Acuan Utama

Graf and Altinakar, 1998, *Fluvial Hydraulics*: Chapter 6, pp. 358–370,
J. Wiley and Sons, Ltd., Sussex, England.

Degradasi dan Agradasi

■ Degradasi

- terjadi apabila debit solid yang datang lebih kecil daripada kemampuan transpor sedimen
- dasar sungai tererosi
- dasar sungai turun

■ Agradasi

- debit solid lebih besar daripada kemampuan transpor sedimen
- terjadi deposisi sedimen
- dasar sungai naik

Degradasi dan Agradasi

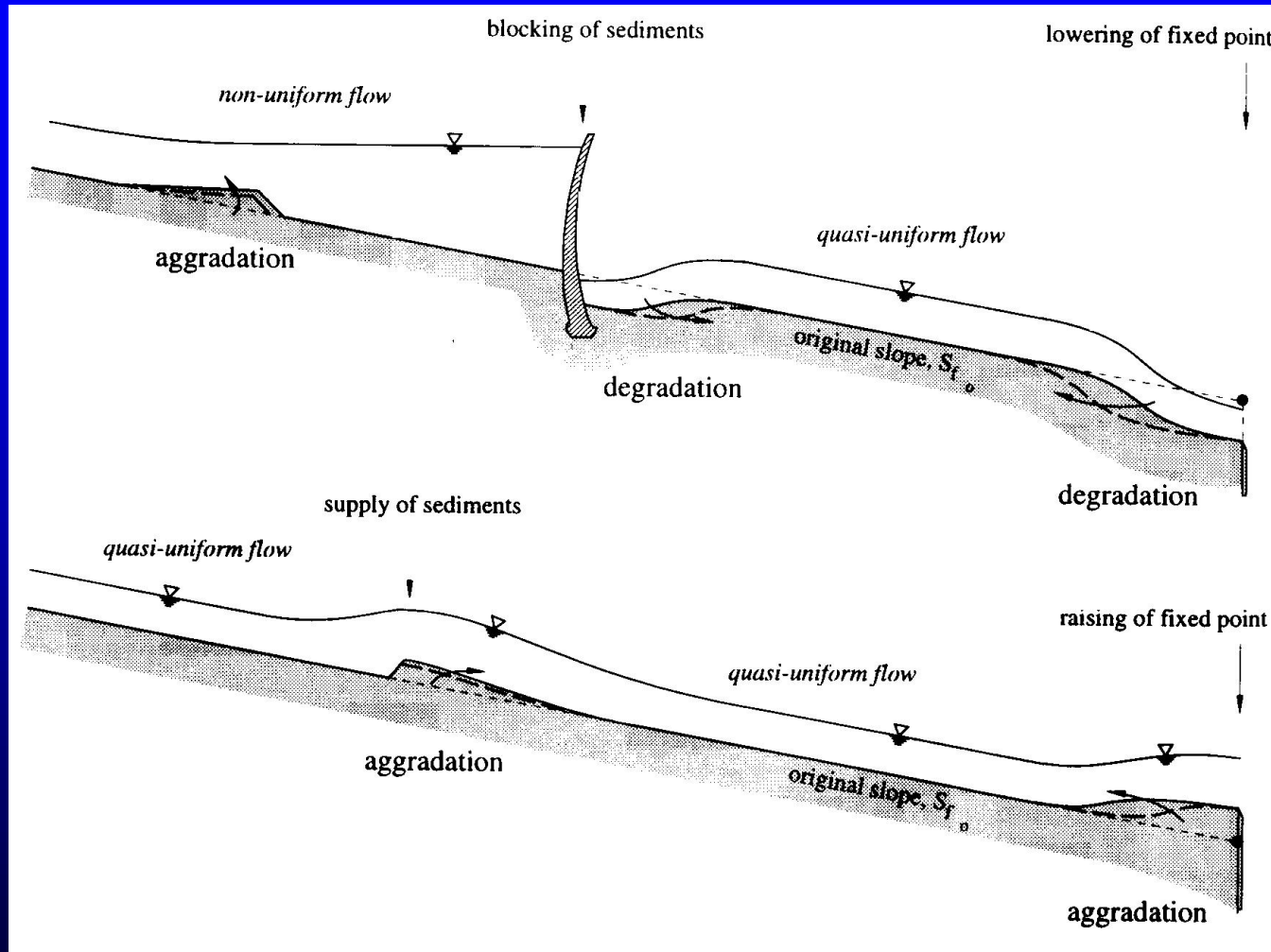
■ Beberapa contoh degradasi

- pasokan sedimen (solid discharge) dari hulu berhenti atau berkurang
- debit aliran (air) bertambah
- penurunan dasar sungai di suatu titik di hilir

■ Beberapa contoh agradasi

- pasokan sedimen (solid discharge) dari hulu bertambah
- debit aliran (air) berkurang
- kenaikan dasar sungai di suatu titik di hilir

Degradasi dan Agradasi



Pemahaman Degradasi dan Agradasi

■ Proses

- merupakan proses jangka panjang evolusi dasar sungai, $z(x,t)$
- aliran sungai pada awal dan akhir proses berupa aliran permanen dan seragam (*steady and uniform flow*)
- selama proses, aliran sungai berupa aliran permanen semu (*quasi-unsteady*) dan tak-seragam (*nonuniform*)

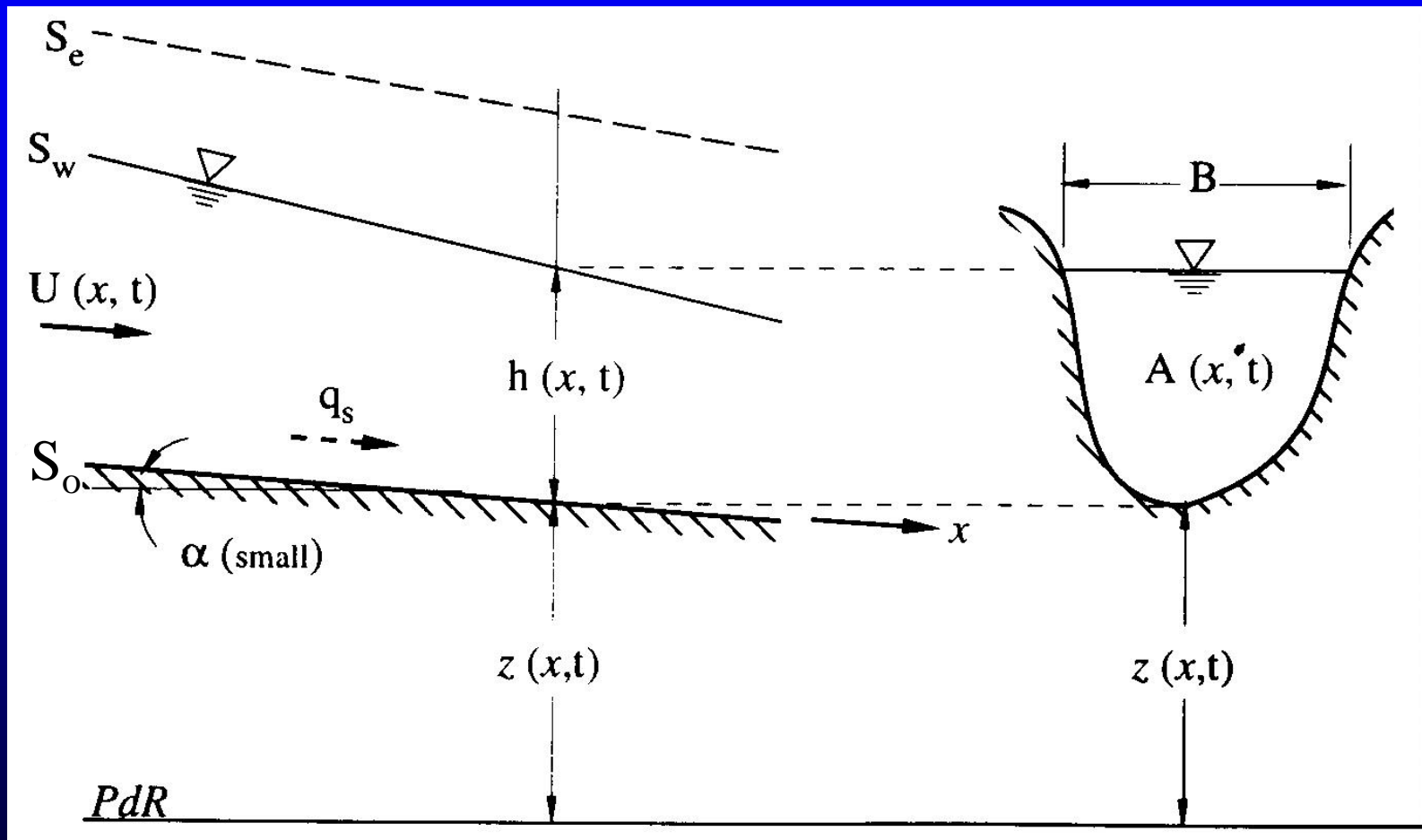
■ Asumsi untuk penyederhanaan

- aliran *quasi-uniform*, $\partial U / \partial x = 0$
- shg dapat dipakai **model parabolik**, yang memungkinkan dilakukannya penyelesaian analitik

Metode Analisis Degradasi dan Agradasi

- Model parabolik
 - didasarkan pada persamaan Saint-Venant – Exner, dengan beberapa penyederhanaan
 - » aliran dengan Angka Froude kecil, $Fr < 0,6$
 - » aliran *quasi-steady*
 - » aliran *quasi-uniform*
 - » tinjauan hanya untuk jarak x yang panjang dan waktu t yang lama

Persamaan Saint-Venant – Exner



Persamaan Saint-Venant – Exner

■ Persamaan Saint-Venant

- aliran tak-permanen tak-seragam
- saluran prismatic
- kemiringan dasar kecil
- dasar tetap (*fixed bed*)

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

- pers. kontinuitas
untuk $B = \text{konstan}$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = -g S_e$$

- pers. momentum

- kemiringan garis energi, S_e , ditetapkan berdasarkan aliran seragam dan koefisien kekasaran, f , untuk dasar sungai dapat bergerak (*erodible bed*)

$$S_e = f(f, U, h)$$

Persamaan Saint-Venant – Exner

- Persamaan Exner

- dasar sungai bergerak (*mobile bed, erodible bed*)
- perubahan dasar sungai dinyatakan dengan persamaan berikut

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -a_E \frac{\partial U}{\partial x} \quad a_E = \text{koefisien erosi}$$

- yang dapat dituliskan dalam bentuk persamaan kontinuitas aliran partikel solid (*solid phase*)

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-p} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\tilde{C}_s h) + \frac{\partial}{\partial x} (C_s U h) \right] \cong \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-p} \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0$$

Persamaan Saint-Venant – Exner

- dalam persamaan tersebut:
 - » p = porositas, rasio antara volume rongga udara yang terisi air dengan volume total
 - » C_s = konsentrasi, rasio antara volume bagian padat (*solid*) dengan volume total campuran (*mixture*)
 - » q_s = debit solid per satuan lebar
- debit solid, q_s , umumnya dianggap merupakan fungsi debit air, q , menurut suatu hubungan tertentu

$$q_s = f(U, h, \text{sedimen})$$

Persamaan Saint-Venant – Exner

$$1. \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

$$2. \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = -g S_e$$

$$3. S_e = f(f, U, h)$$

$$4. \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-p} \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0$$

$$5. q_s = f(U, h, \text{sedimen})$$

■ Unknowns:

- $U(x, t)$ = kecepatan rata-rata aliran campuran air+sedimen
- $h(x, t)$ = kedalaman aliran campuran air+sedimen
- $z(x, t)$ = elevasi dasar sungai
- S_e = kemiringan garis energi → persamaan empirik
- q_s = debit bagian padat → persamaan empirik

■ Independent variables

- x = jarak, posisi
- t = waktu

Persamaan Saint-Venant – Exner

- Kaitan antara bagian cair dan bagian padat
 - Pers. 1, 2, 3 → aliran air (+sedimen) melalui dasar sungai bergerak
 - Pers. 4, 5 → transpor sedimen (erosi dan deposisi)
 - Coupling → secara *implicit* melalui persamaan 3 dan 5 (persamaan semi-empirik)
- Prosedur penyelesaian
 - Pers. 1, 2 → untuk mendapatkan kecepatan dan kedalaman aliran, U dan h
 - Pers. 4 → untuk mendapatkan (perubahan) posisi dasar sungai, z

Persamaan Saint-Venant – Exner

- Persamaan-persamaan Saint-Venant – Exner dapat dikaitkan secara langsung (*explicit coupling*) apabila persamaan kontinuitas bagian cair (Pers. 1) dituliskan dalam bentuk sbb.

1a.
$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Uh) = 0$$

- Persamaan-persamaan Saint-Venant – Exner dengan demikian dapat diselesaikan secara simultan karena z muncul dalam persamaan bagian cair maupun bagian padat
- Metode penyelesaian
 - cara analitik → untuk kasus sederhana
 - cara numerik → untuk kasus kompleks

Penyelesaian Analitik: Model Parabolik

- Persamaan Saint-Venant – Exner
 - hiperbolik
 - non-linear
- Dalam bentuk aslinya, penyelesaian analitik persamaan tsb sulit dilakukan → persamaan tsb perlu disederhanakan
 - aliran dengan Angka Froude kecil
 - aliran permanen (*quasi-steady*)
- Justifikasi:
 - variasi aliran (debit) → fenomena jangka pendek
 - variasi dasar sungai → fenomena jangka panjang
 - shg dalam tinjauan variasi dasar sungai, $\partial z/\partial t$, aliran dapat dianggap konstan ($\partial U_h/\partial t = 0$)

Model Parabolik

- Dengan asumsi aliran *quasi-steady*, didapat persamaan:

$$6. \quad \frac{\partial U}{\partial x} \left(U - g \frac{h}{U} \right) + g \frac{\partial z}{\partial x} = -g S_e$$

$$4a. \quad (1 - p) \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

- Kedua persamaan di atas:
 - tak-linear
 - shg tidak dapat dilakukan penyelesaian secara analitik
- Perlu penyederhanaan lebih lanjut
 - linearisasi

Model Parabolik

- Dengan asumsi aliran *quasi-steady* dan *quasi-uniform*, dari Pers. 6. didapat:

$$7. \quad g \frac{\partial z}{\partial x} = -g S_e = -g \frac{U^2}{C^2 h} = -g \frac{U^3}{C^2 q}$$

- Diferensiasi persamaan di atas thd x menghasilkan:

$$8. \quad g \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -g \frac{3U^2}{C^2 q} \frac{\partial U}{\partial x} = -g \frac{3U}{C^2 h} \frac{\partial U}{\partial x}$$

Model Parabolik

- Substitusi $\partial U/\partial x$ dari Pers. 8 kedalam Pers. 4a, diperoleh:

$$9. \quad \frac{\partial z}{\partial t} - K(t) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$$

- dimana $K(t)$ adalah koefisien (difusi) yang merupakan fungsi waktu dan yang didefinisikan sbb.

$$10. \quad K = \frac{1}{3} \frac{\partial q_s}{\partial U} \frac{1}{(1-p)} \frac{C^2 h}{U}$$

- Persamaan di atas merupakan **model parabolik**, yang berlaku untuk nilai x dan t yang besar, $x > 3R_h/S_e$ dan $t > (40/30) \cdot \{R_h^2/(S_e \cdot q_s)\}$

Model Parabolik

- Persamaan koefisien difusi, K , dapat dituliskan pula dalam bentuk:

$$10a. \quad K = \frac{1}{3} \frac{\partial q_s}{\partial U} \frac{1}{(1-p)} \frac{U}{S_{eo}} \left(\frac{U_o}{U} \right)^2$$

- dengan linearisasi (untuk $U \cong U_o$), didapat:

$$10b. \quad K \equiv K_o = \frac{1}{3} \frac{\partial q_s}{\partial U} \frac{1}{(1-p)} \frac{U_o}{S_{eo}}$$

- dimana index o menunjuk pada aliran seragam (*uniform*).

Model Parabolik

- Apabila debit bagian padat dihitung dengan persamaan *power law*, yaitu:

$$q_s = a_s U^{b_s}$$

a_s = koefisien, b_s = konstanta

- maka

10c.
$$K \equiv \frac{1}{3} b_s q_s \frac{1}{(1-p)} \frac{1}{S_{eo}}$$

Model Parabolik

- Persamaan model parabolik variasi dasar sungai:

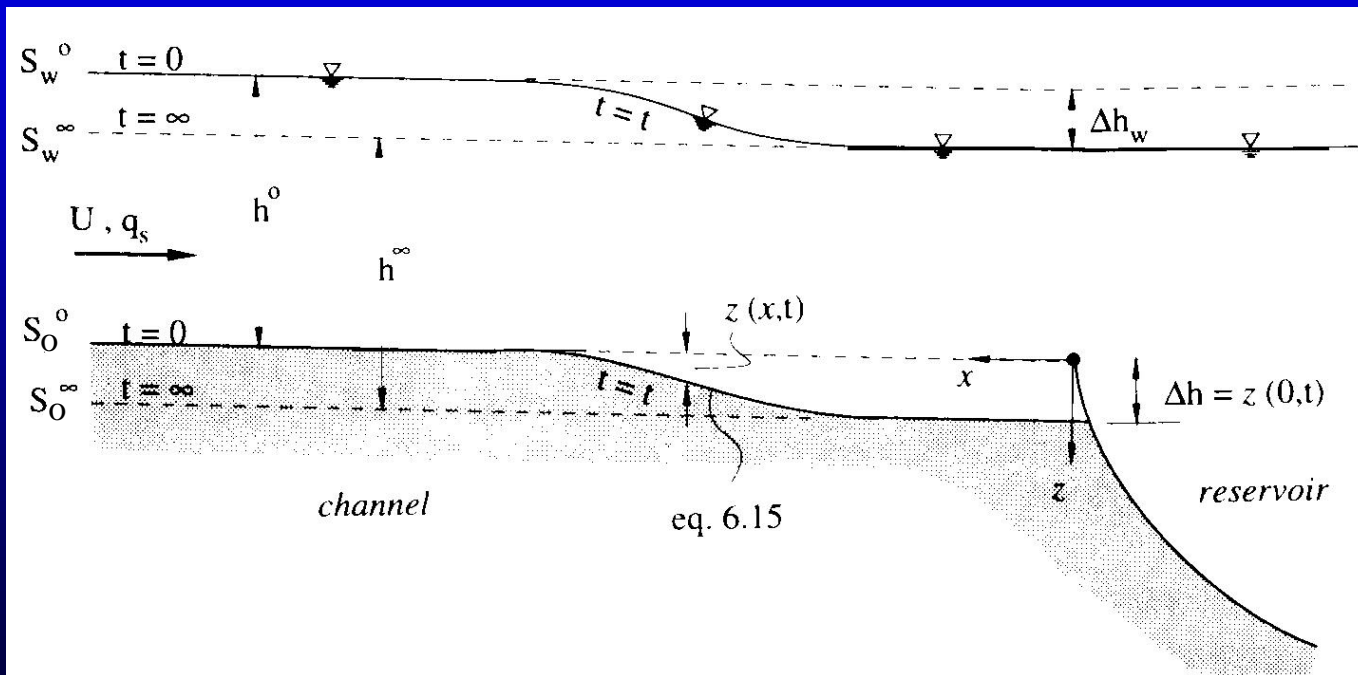
$$9. \quad \frac{\partial z}{\partial t} - K(t) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$$

$$10c. \quad K \equiv \frac{1}{3} b_s q_s \frac{1}{(1-p)} \frac{1}{S_{eo}}$$

- Syarat model parabolik dapat dipakai:
 - aliran quasi-steady
 - aliran quasi-uniform
 - $Fr < 0.6$
 - $x > 3h/S_e$
 - $t > (40/30) \cdot \{R_h^2 / (S_e \cdot q_s)\}$

Model Degradasi Dasar Sungai

- Penurunan muka air di titik kontrol hilir (reservoir) sebesar Δh_w
 - dasar sungai di titik kontrol tsb turun sebesar Δh
 - dalam jangka panjang, dasar dan muka air sungai di sepanjang sungai akan turun



Model Degradasi Dasar Sungai

- Aliran dianggap permanen dan seragam
 - model parabolik dapat dipakai
 - karena debit konstan, maka koefisien K konstan
- Deskripsi matematis
 - Sumbu x : sepanjang dasar sungai awal, positif ke arah hulu
 - Sumbu z : variasi dasar sungai relatif terhadap kemiringan dasar sungai awal, S_o^0
 - Syarat awal dan syarat batas

$$z(x,0) = 0; \quad z(0,t) = \Delta h; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} z(x,t) = 0$$

Model Degradasi Dasar Sungai

- Penyelesaian analitik

$$z(x, t) = \Delta h \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{Kt}} \right)$$

- *Complementary error function, erfc*

$$\operatorname{erfc}(Y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_Y^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi$$

$$\operatorname{erfc}(Y) = 1 - \operatorname{erf}(Y)$$

- erfc (dan erf: *error function*) dapat dihitung dengan bantuan tabel matematik, dan tersedia pula dalam MS Excel

Model Degradasi Dasar Sungai

■ Contoh permasalahan

- ingin diketahui, kapan dan dimana, elevasi dasar sungai telah turun menjadi separuh dari elevasi dasar sungai semula:

⇒ turun separuh: $z/\Delta h = 50\% = 1/2$ ⇒ kapan, $t_{50\%}$
⇒ dimana, $x_{50\%}$

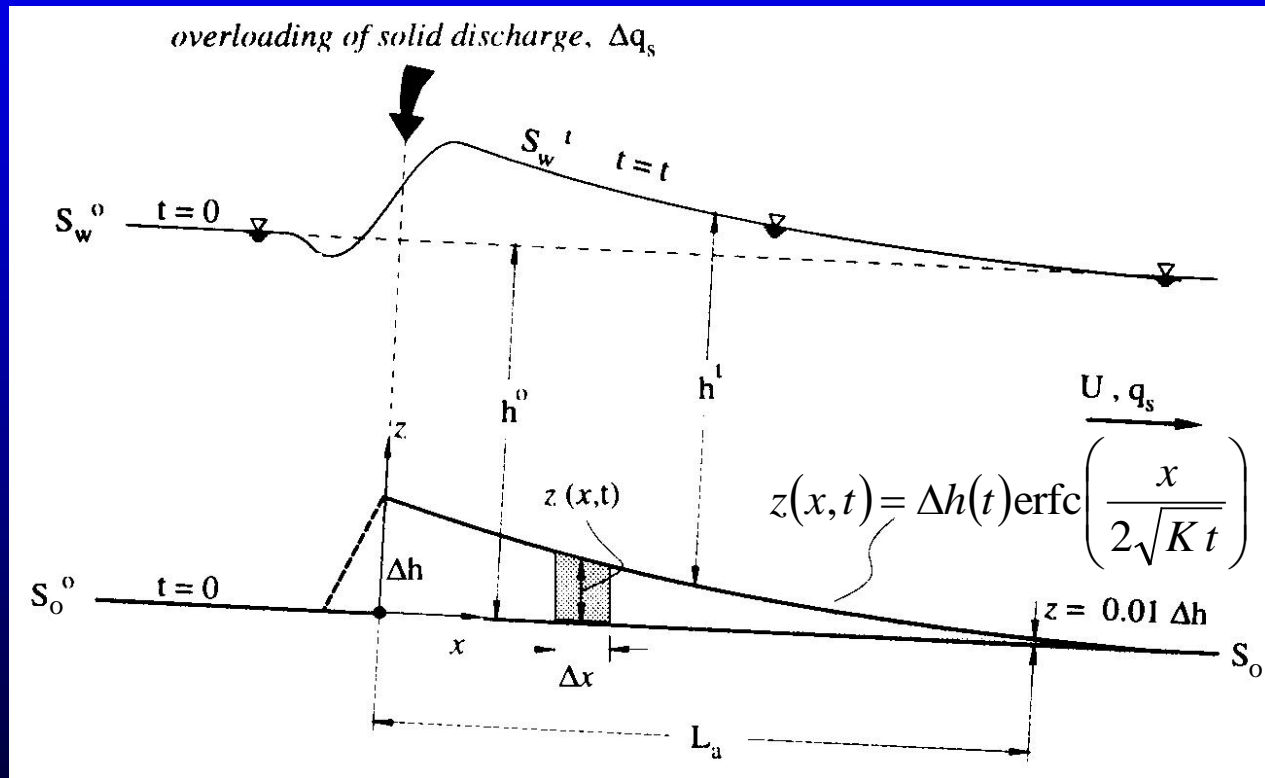
$$\frac{z(x, t)}{\Delta h} = \frac{1}{2} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x_{50\%}}{2\sqrt{K t_{50\%}}}\right) = \operatorname{erfc}(Y)$$

- dari Tabel ataupun dengan MS Excel, didapat $Y \approx 0.48$
- sehingga didapat hubungan sbb.

$$x_{50\%} = 0.48 \left(2\sqrt{K t_{50\%}}\right) \quad \text{dalam hal ini} \quad t_{50\%} \approx x_{50\%}^2 / (0.96^2 K)$$

Model Agradasi Dasar Sungai

- Kenaikan debit solid di titik kontrol hulu (akibat tanah longsor) sebesar Δq_s
 - dasar sungai di titik kontrol tsb naik sebesar Δh
 - dalam jangka panjang, dasar dan muka air sungai di sepanjang sungai akan naik



Model Agradasi Dasar Sungai

- Aliran dianggap permanen dan seragam
 - model parabolik dapat dipakai
 - karena debit konstan, maka koefisien K konstan
- Diskripsi matematis
 - Sumbu x : sepanjang dasar sungai awal, positif ke arah hilir
 - Sumbu z : variasi dasar sungai relatif terhadap kemiringan dasar sungai awal, S_o^0
 - Syarat awal dan syarat batas

$$z(x,0) = 0; \quad z(0,t) = \Delta h(t); \quad \lim_{x \rightarrow \infty} z(x,t) = 0$$

Model Agradasi Dasar Sungai

- Penyelesaian analitik

$$z(x, t) = \Delta h(t) \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{Kt}} \right)$$

- Penyelesaian tsb serupa dengan penyelesaian pada permasalahan degradasi dasar sungai, hanya saja $\Delta h(t)$ merupakan fungsi waktu
- Koefisien difusi K dalam penyelesaian tsb merupakan nilai K pada saat awal, K_0 , jadi tanpa memperhitungkan Δq_s (kenaikan debit solid di titik kontrol hulu)

Model Agradasi Dasar Sungai

- Panjang ruas sungai yang mengalami agradasi, L_a
 - ditetapkan sbg panjang ruas sungai dari titik kontrol hulu sampai titik di mana deposisi mencapai $z/\Delta h = 0.01$ ($Y \approx 1.80$)
 - dihitung dengan persamaan berikut

$$L_a \approx x_{1\%} = 3.65 \sqrt{K t_{1\%}}$$

Model Agradasi Dasar Sungai

- Volume pasokan debit solid, Δq_s
 - selama waktu tertentu, Δt , volume debit solid adalah $\Delta q_s \cdot \Delta t$
 - jumlah tsb terdistribusi di dasar sungai sepanjang L_a
 - dengan demikian didapat hubungan sbb.

$$\Delta q_s \cdot \Delta t = (1 - p) \int_0^{L_a} z \, dx$$

Model Agradasi Dasar Sungai

- Tinggi (tebal) aggradasi, Δh
 - dari panjang ruas sungai yang mengalami degradasi, L_a , dan
 - dari volume debit solid adalah $\Delta q_s \cdot \Delta t$
 - dapat dihitung tebal aggradasi, Δh

$$L_a \approx x_{1\%} = 3.65 \sqrt{K t_{1\%}} \quad \text{dan}$$

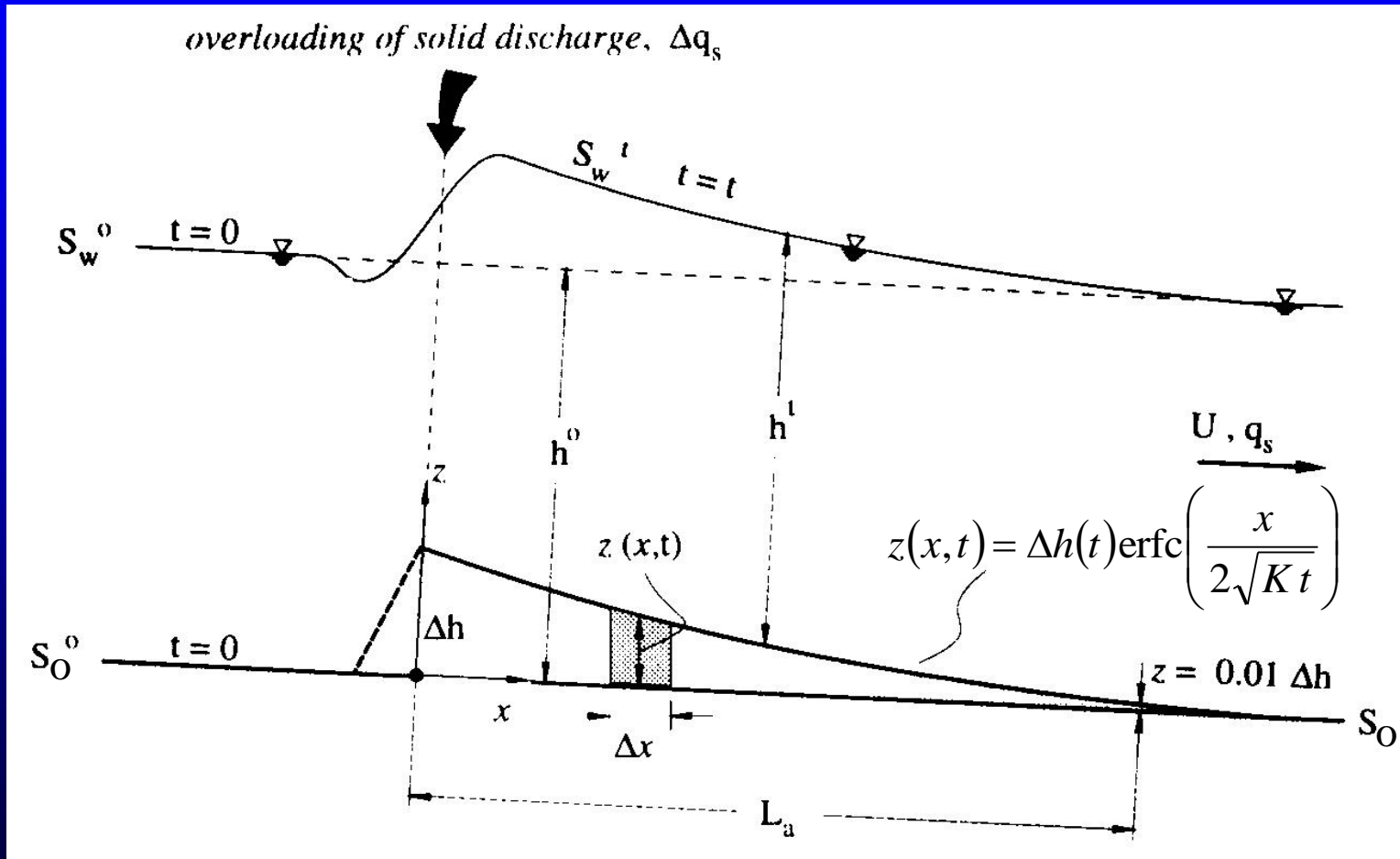
$$\Delta q_s \cdot \Delta t = (1 - p) \int_0^{L_a} z \, dx$$

- Tinggi aggradasi, Δh

$$\Delta h(t) = \frac{\Delta q_s \cdot \Delta t}{1.13(1 - p) \sqrt{K \Delta t}}$$

Catatan: tampak bahwa tinggi aggradasi, Δh , merupakan fungsi waktu

Model Agradasi Dasar Sungai



erfc(Y)

- Tabel matematik
- Persamaan aproksimatif
 - $\text{erfc}(Y) = 1/(1 + a_1Y + a_2Y^2 + a_3Y^3 + a_4Y^4 + a_5Y^5 + a_6Y^6)^{16} + \varepsilon(Y)$
 - $|\varepsilon(Y)| \leq 3.10^{-7}$
 - $a_1 = 0.0705230784$ $a_2 = 0.0422820123$ $a_3 = 0.0092705272$
 $a_4 = 0.0001520143$ $a_5 = 0.0002765672$ $a_6 = 0.0000430638$
- MS Excel
 - erfc(...)

Debit Solid (Transpor Sedimen)

- Debit solid, q_s
 - adalah transpor sedimen total, terdiri dari bed load, q_{sb} , suspended load, q_{ss} , (dan wash load, q_{sw})
$$q_s = q_{sb} + q_{ss} (+ q_{sw})$$
 - kadang-kadang hanya ditinjau bed load, q_{sb}
- Debit solid dihitung dengan persamaan empirik, misal:
 - Schoklitsch
 - Meyer-Peter, et al.
 - Einstein
 - Graf

Debit Solid (Transpor Sedimen)

- Schoklitch (*bed load*)

$$q_{sb} = \frac{2.5}{s_s} S_e^{3/2} (q - q_{cr})$$

q = debit air+sedimen

q_{cr} = debit kritik, menunjukkan awal gerak butir sedimen

$$q_{cr} = 0.26 (s_s - 1)^{5/3} d_{40}^{3/2} / S_e^{7/6}$$

Debit Solid (Transpor Sedimen)

- Meyer-Peter, et al. (*bed load*)

$$q_{sb} = \frac{1}{g(\rho_s - \rho)} \left(\frac{g \rho R_{hb} \xi_M S_e - 0.047 g (\rho_s - \rho) d_{50}}{0.25 \rho^{1/3}} \right)^{3/2}$$

R_{hb} = radius hidraulik dasar sungai

ξ_M = parameter kekasaran

$$\xi_M = (K_s / K'_s)$$

- $\xi_M = 1$ → tanpa bed forms
- $1 > \xi_M > 0.35$ → bed forms

$$K_s = U / \left(R_{hb}^{2/3} S_e^{1/2} \right)$$

koefisien kekasaran (total) Strickler

$$K'_s = 21.1 / d_{50}^{1/6}$$

$$K'_s = 26 / d_{90}^{1/6}$$

koefisien kekasaran (butir sedimen)

Debit Solid (Transpor Sedimen)

- Einstein (*bed load*)

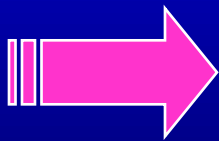
$$q_{sb} = \frac{\sqrt{(s_s - 1) g d_{50}^3}}{0.465} \exp\left(\frac{-0.391(s_s - 1)d_{50}}{R'_{hb} S_e}\right)$$

radius hidraulik dasar sungai akibat butir sedimen

Debit Solid (Transpor Sedimen)

- Graf (*total load*)

$$\frac{C_s U R_h}{\sqrt{(s_s - 1) g d_{50}^3}} = 10,39 \left[\frac{(s_s - 1) d_{50}}{S_e R_h} \right]^{-2.52}$$



$$q_s = C_s U h = C_s U R_h \frac{h}{R_h}$$

Model Parabolik?

- Hitungan degradasi atau aggradasi dasar sungai dengan model parabolik dapat dilakukan apabila syarat-syarat berikut dipenuhi
 - aliran quasi-steady (variasi jangka panjang dasar sungai)
 - aliran quasi-uniform dengan $Fr < 0.6$
 - nilai $x > 3R_h/S_e$
 - nilai $t > (40/30) \cdot \{R_h^2/(S_e \cdot q_s)\}$
- Apabila syarat-syarat tsb tidak dipenuhi, maka diperlukan model yang lebih andal
 - model yang didasarkan pada penyelesaian numerik persamaan Saint-Venant – Exner

Degradasi dan Agradasi Dasar Sungai

The End