



UNIVERSITAS GADJAH MADA
FAKULTAS TEKNIK
JURUSAN TEKNIK SIPIL DAN LINGKUNGAN

CATATAN PRIBADI

ANALISIS HARMONIK PASANG SURUT

ISTIARTO

<http://istiarto.staff.ugm.ac.id>

istiarto@ugm.ac.id

DAFTAR ISI

1	Pendahuluan.....	1
2	Pasang Surut.....	1
2.1	Pembangkitan Pasang Surut Astronomis.....	1
2.2	Unsur Utama Pembangkit Pasang Surut.....	1
2.3	Pasang Purnama dan Pasang Perbani.....	2
2.4	Bentuk Pasang Surut.....	2
2.5	Data Pasang Surut.....	3
3	Analisis Harmonik.....	3
3.1	Persamaan Dasar.....	3
3.2	Panjang Data Pasut Pengukuran.....	3
3.3	Langkah Hitungan.....	4
4	Prediksi Pasut.....	7
4.1	Time Series.....	7
4.2	Muka Air Rencana.....	7
4.3	Peta Batimetri dan Chart Datum.....	8
	Referensi.....	8

PASANG SURUT

Analisis Harmonik Dekomposisi Pasang Surut

1 PENDAHULUAN

Gerak pasang surut (pasut) air laut dapat disebabkan oleh berbagai faktor. Berdasarkan faktor pembangkitnya, pasut dikelompokkan kedalam beberapa jenis di bawah ini (Reeve *et al.*, 2004).

- 1) Pasang surut astronomis yaitu gerak periodik yang disebabkan oleh gaya-gaya pembangkit pasut di luar angkasa, khususnya gerak orbital dan gaya gravitasi matahari dan bulan.
- 2) Storm surge: gerak muka air laut yang disebabkan cuaca atmosferis yang melintas di permukaan laut. Faktor ini cukup penting mengingat frekuensinya serta berpotensi menyebabkan gerak muka air laut yang tinggi bersama-sama dengan gelombang laut (yang dibangkitkan oleh angin).
- 3) Osilasi: resonansi gerak muka air laut terhadap gaya-gaya eksternal (biasanya terjadi di kawasan perairan yang terkurung).
- 4) Tsunami: gelombang yang ditimbulkan oleh gempa dasar laut.
- 5) Pengaruh klimatologis: gerak muka air laut yang dipengaruhi oleh perubahan klimatologis, umumnya berjangka waktu lama.
- 6) Gelombang: gerak muka air laut yang dibangkitkan oleh (gaya) angin.

Naskah ini hanya membahas pasut yang dibangkitkan oleh gaya-gaya astronomis.

2 PASANG SURUT

2.1 PEMBANGKITAN PASANG SURUT ASTRONOMIS

[unsur pembangkit pasut --> harmonika pasut](#)

2.2 UNSUR UTAMA PEMBANGKIT PASANG SURUT

Umumnya, disepakati 9 unsur utama pembangkit pasut seperti disajikan pada Tabel 1. Daftar 60 unsur pembangkit pasut yang dilengkapi dengan nilai periode masing-masing anasir pembangkit pasut dapat dijumpai dalam Reeve *et al.* (2004).

Tabel 1 Unsur utama pembangkit pasang surut.

No	Constituents	Symbol	Description	Period (hour)	ω (rad/hour)
1.	Main lunar constituent	M_2		12.4206	0.5059
2.	Main solar constituent	S_2		12.0000	0.5236
3.	Lunar constituent, due to Earth-Moon distance	N_2	semi-diurnal	12.6582	0.4964
4.	Soli-lunar constituent, due to the change of declination	K_2		11.9673	0.5250
5.	Soli-lunar constituent	K_1		23.9346	0.2625
6.	Main lunar constituent	O_1	diurnal	25.8194	0.2434
7.	Main solar constituent	P_1		24.0658	0.2611
8.	Main lunar constituent	M_4	quarterly	6.2103	1.0117
9.	Soli-lunar constituent	MS_4		6.1033	1.0295

2.3 PASANG PURNAMA DAN PASANG PERBANI

uraian spring tide dan neap tide, lengkapi dengan sketsa posisi bulan

2.4 BENTUK PASANG SURUT

Untuk mengukur tingkat dominansi antara harmonika diurnal atau semi-diurnal, dipakai suatu angka perbandingan (rasio), yang dikenal sebagai Angka Formzal, F , yang didefinisikan sebagai berikut:

$$F = \frac{K_1 + O_1}{M_2 + S_2} \quad (1)$$

Bentuk-bentuk pasut disajikan pada Tabel 2 di bawah ini.

Tabel 2 Bentuk-bentuk pasang surut.

F	Bentuk	Deskripsi
< 0.25	Semi diurnal (harian ganda)	Dalam satu hari terjadi dua kali pasang dan dua kali surut dengan amplitudo yang hampir sama dan terjadi berurutan secara teratur. Periode pasang surut adalah 12 jam 24 menit. Kisaran pasut purnama rata-rata adalah $2(M_2 + S_2)$.
0.25 – 1.50	Campuran, cenderung semi-diurnal	Dalam satu hari terjadi dua kali pasang dan dua kali surut dengan amplitudo dan periode berbeda. Kisaran pasut purnama rata-rata adalah $2(M_2 + S_2)$.
1.50 – 3.00	Campuran, cenderung diurnal	Dalam satu hari terjadi satu kali pasang dan satu kali surut dengan amplitudo yang berbeda. Kadang-kadang terjadi dua kali pasang dalam satu hari dengan perbedaan amplitudo dan waktu yang besar. Kisaran pasut purnama adalah $2(K_1 + O_1)$.
> 3.00	Diurnal (tunggal)	Dalam satu hari terjadi satu kali pasang dan satu kali surut. Periode pasang surut adalah 24 jam 50 menit. Kisaran pasut purnama adalah $2(K_1 + O_1)$.

2.5 DATA PASANG SURUT

uraian mengenai cara pengukuran pasut: alat (manual, otomatis), cara pengukuran (pemilihan lokasi, waktu, pengikatan elevasi)

beri beberapa contoh (ada foto) beberapa yang pernah dilakukan

3 ANALISIS HARMONIK

3.1 PERSAMAAN DASAR

Gerak pasut air laut menunjukkan pola gerak beraturan dan periodik. Hal ini disebabkan oleh posisi (gerak) obyek-obyek di angkasa, yang mempengaruhi gerak pasut air laut, yang juga merupakan proses astronomis yang beraturan. Sifat gerak yang beraturan dan periodik tersebut memudahkan identifikasi unsur pembangkit pasut air laut, yang disebut harmonika, dengan memperhatikan posisi atau gerak muka air laut. Dalam analisis harmonik, gerak pasang surut dipandang sebagai gabungan posisi muka air rata-rata, kontribusi dari sejumlah harmonika, dan suatu angka residu. Dalam hal ini, gerak pasut muka air laut dinyatakan dengan persamaan matematis berikut (Reeve *et al.*, 2004):

$$Z(t) = Z_0 + \sum_{k=1}^m f_k H_k \cos(\omega_k t + v_k + u_k - g_k) + R(t) \quad (2)$$

Dalam persamaan di atas, $Z(t)$ adalah elevasi muka air pada saat t , Z_0 adalah elevasi muka air rata-rata, f_k adalah faktor koreksi astronomis terhadap amplitudo unsur pembangkit pasang surut H_k , ω_k adalah kecepatan sudut, v_k dan u_k adalah faktor koreksi terhadap fase, g_k adalah fase, dan $R(t)$ adalah residu.

Unsur pembangkit pasut umumnya diambil 9 unsur yang paling dominan ($k = 1, 2, \dots, 9$), yaitu M_2 , S_2 , N_2 , K_2 , K_1 , O_1 , P_1 , M_4 , dan MS_4 . Dalam beberapa kasus, kadang hanya diperlukan 4 unsur utama pembangkit pasut, yaitu M_2 , S_2 , K_1 , dan O_1 .

Faktor-faktor koreksi f_k , v_k , dan u_k serta kecepatan sudut ω_k setiap unsur pembangkit pasut diperoleh dari teori gerak obyek astronomis. Dengan demikian, apabila diketahui data pasut hasil pengukuran, $Z(t)$, maka Persamaan (2) dapat dipakai untuk menghitung amplitudo, fase, dan residu setiap unsur pembangkit pasut, H_k , g_k , dan $R(t)$. Langkah hitungan pada prinsipnya adalah melakukan *best fitting* sejumlah kurva cosinus pada data pasut hasil pengukuran. Kesalahan (beda antara muka air hasil pengukuran dan hasil *best fitting*) adalah residu, $R(t)$. Residu ini merupakan kumpulan kesalahan yang berasal dari kesalahan numeris dalam *fitting*, kesalahan dalam pengukuran, dan gerak muka air yang dibangkitkan oleh faktor-faktor lain di luar unsur yang diperhitungkan dalam analisis. Faktor-faktor lain tersebut misalnya adalah *storm surge* dan *wave set-up*.

3.2 PANJANG DATA PASUT PENGUKURAN

Panjang data pengukuran minimum yang dibutuhkan untuk memperoleh hasil hitungan amplitudo dan fase unsur pembangkit pasut bervariasi dan bergantung pada posisi geografis tempat pengukuran dilakukan. Sebagai acuan umum, panjang data minimum adalah satu bulan, mencakup dua kali periode pasang purnama. Akurasi hasil hitungan dan jumlah unsur pembangkit pasut yang dapat diidentifikasi dengan baik akan meningkat seiring dengan pertambahan panjang data pasut hasil pengukuran. Untuk membedakan dua jenis unsur pembangkit pasut yang memiliki frekuensi mirip membutuhkan data yang lebih panjang daripada jika kedua unsur tersebut memiliki frekuensi yang sangat berbeda. **(lihat diktat kuliah milik alm Pak Pragnono).**

Hasil hitungan amplitudo dan fase unsur pembangkit pasut, selanjutnya, dapat dipakai untuk memprediksi (meramal) gerak pasut pada masa depan dengan substitusi amplitudo dan fase hasil hitungan kedalam Persamaan (2) serta menetapkan residu $R(t) = 0$. Perlu dicatat bahwa apabila amplitudo dan fase diperoleh dari hitungan dengan memakai data yang pendek atau data yang diperoleh dari pengukuran pada beberapa tahun sebelumnya, maka diperlukan koreksi.

3.3 LANGKAH HITUNGAN

Persamaan (2) dapat dituliskan dalam bentuk lain sebagai berikut:

$$Z(t) = Z_0 + \sum_{k=1}^m A_k \cos(\omega_k t) - \sum_{k=1}^m B_k \sin(\omega_k t) + R(t) \quad (3)$$

Dalam persamaan tersebut:

$$\begin{aligned} A_k &= f_k H_k \cos(v_k + u_k - g_k) \\ B_k &= f_k H_k \sin(v_k + u_k - g_k) \end{aligned} \quad (4)$$

Dari hubungan di atas, dapat diperoleh amplitudo dan fase unsur pembangkit pasut:

$$H_k = \frac{1}{f_k} \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \quad (5)$$

$$\frac{B_k}{A_k} = \tan(v_k + u_k - g_k)$$

$$g_k = v_k + u_k - \arctan\left(\frac{B_k}{A_k}\right) \quad (6)$$

Nilai-nilai faktor koreksi f_k , v_k , dan u_k dapat dihitung apabila nilai-nilai besaran yang menunjukkan posisi orbit bulan dan matahari diketahui. Di bawah ini dipaparkan persamaan-persamaan yang diperlukan untuk menghitung ketiga faktor koreksi tersebut. Persamaan-persamaan ini dikutip dari bahan ajar pasang surut laut dan chart datum di Jurusan Teknik Geodesi FT UGM (Soeprapto, 1999):

$$\begin{aligned}
 s &= 277.025 + 129.38481(Y - 1900) + 13.1764(D + L) \\
 h &= 280.190 - 0.23872(Y - 1900) + 0.98565(D + L) \\
 p &= 333.385 + 40.66249(Y - 1900) + 0.1114(D + L) \\
 n &= 259.157 - 19.32818(Y - 1901) + 0.05295(D + L)
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Dalam persamaan di atas:

- s : bujur rata-rata bulan
- h : bujur rata-rata matahari
- p : bujur rata-rata titik terdekat bulan
- n : bujur rata-rata *ascending node*
- Y : tahun hari tengah pengamatan
- D : jumlah hari dari 1 Januari Y pk 00:00 sampai dengan hari tengah pengamatan
- L : tambahan jumlah hari karena tahun-tahun kabisat sejak 1901

Perlu dicatat bahwa s , h , p , dan n pada Persamaan (7) bersatuan derajat (*degrees*). Fungsi-fungsi geometri yang ada di program aplikasi komputer (misalnya sin, cos, tan), umumnya, didasarkan pada satuan radian. Dalam hal itu, nilai-nilai yang diperoleh pada Persamaan (7) tersebut perlu diubah agar bersatuan radian.

Nilai-nilai faktor koreksi f_k , v_k , dan u_k selanjutnya dihitung dengan persamaan-persamaan di bawah ini.

Faktor koreksi terhadap amplitudo:

$$\begin{aligned}
 f_{M2} &= 1.0004 + 0.0373 \cos n + 0.0002 \cos 2n \\
 f_{S2} &= 1 \\
 f_{N2} &= f_{M2} \\
 f_{K2} &= 1.0241 + 0.2863 \cos n + 0.0083 \cos 2n - 0.0015 \cos 3n \\
 f_{K1} &= 1.006 + 0.115 \cos n - 0.0088 \cos 2n + 0.0006 \cos 3n \\
 f_{O1} &= 1.0088 + 0.1871 \cos n - 0.00147 \cos 2n + 0.0014 \cos 3n \\
 f_{P1} &= 1 \\
 f_{M4} &= f_{M2} \cdot f_{M2} \\
 f_{MS4} &= f_{M2}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Faktor koreksi terhadap fase:

$$\begin{aligned}
 v_{M2} &= -2s + h + \omega_{M2} t_o \\
 v_{S2} &= \omega_{S2} t_o \\
 v_{N2} &= 3s + 2h + p + \omega_{N2} t_o \\
 v_{K2} &= 2h + \omega_{K2} t_o \\
 v_{K1} &= h + 90^\circ + \omega_{K1} t_o \\
 v_{O1} &= -2s + h + 270^\circ + \omega_{O1} t_o \\
 v_{P1} &= -h + 270^\circ + \omega_{P1} t_o \\
 v_{M4} &= v_{M2} v_{M2} \\
 v_{MS4} &= 2h + \omega_{MS4} t_o
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Dalam persamaan di atas, t_o adalah saat (jam) data pasang surut tepat di tengah-tengah periode pengamatan (jumlah jam pengamatan, t_b). Untuk memudahkan hitungan, jumlah jam pengamatan dibuat berjumlah gasal dan diatur sedemikian hingga $t_o = 0$. Jadi, jam pengamatan adalah $t = -t_o, -t_o+1, \dots, 0, 1, 2, \dots, t_o-1, t_o$. Dalam hal ini, t_o adalah separuh dari jumlah jam pengamatan dikurangi satu $\{t_o = (t_b - 1)/2\}$.

Faktor koreksi yang ketiga, u_k , dihitung dengan persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 u_{M2} &= -2.14^\circ \sin n \\
 u_{S2} &= 0 \\
 u_{N2} &= u_{M2} \\
 u_{K2} &= -17.74^\circ \sin n + 0.68^\circ \sin 2n - 0.04^\circ \sin 3n \\
 u_{K1} &= -8.86^\circ \sin n + 0.68^\circ \sin 2n - 0.07^\circ \sin 3n \\
 u_{O1} &= 10.80^\circ \sin n - 1.34^\circ \sin 2n + 0.04^\circ \sin 3n \\
 u_{P1} &= 0 \\
 u_{M4} &= u_{M2} + u_{M2} \\
 u_{MS4} &= u_{M2}
 \end{aligned} \tag{10}$$

Dengan memakai Persamaan-persamaan (3) sampai dengan (10) dapat disusun persamaan polinomial orde tunggal sebagai berikut:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{H} + \mathbf{R} \tag{11}$$

Dalam persamaan di atas, \mathbf{Z} adalah vektor (matrix kolom) yang berisi data pasut pengukuran, \mathbf{C} adalah matrix yang koefisiennya adalah nilai $\cos \omega_k t$ dan $\sin \omega_k t$, \mathbf{H} adalah vektor yang berisi nilai Z_0 , A_k , dan B_k , dan \mathbf{R} adalah vektor residu. Dengan panjang data pengukuran adalah t_b jam dan jumlah unsur pembangkit pasut adalah $m (= 9)$, maka dimensi matrix dalam Persamaan (11) adalah sebagai berikut:

$$\begin{matrix} \mathbf{Z} & = & \mathbf{C} & \cdot & \mathbf{H} & + & \mathbf{R} \\ t_b \times 1 & & t_b \times (2m+1) & & (2m+1) \times 1 & & t_b \times 1 \end{matrix}$$

Koefisien matrix-matrix tersebut adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z(-t_o) \\ Z(-t_o + 1) \\ \cdot \\ \cdot \\ Z(-1) \\ Z(0) \\ Z(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ Z(t_o - 1) \\ Z(t_o) \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} Z_0 \\ A_1 \\ B_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ A_m \\ B_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} R(-t_o) \\ R(-t_o + 1) \\ \cdot \\ \cdot \\ R(-1) \\ R(0) \\ R(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ R(t_o - 1) \\ R(t_o) \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & \cos\{\omega_1(-t_a)\} & -\sin\{\omega_1(-t_a)\} & \dots & \cos\{\omega_m(-t_a)\} & -\sin\{\omega_m(-t_a)\} \\ 1 & \cos\{\omega_1(-t_a+1)\} & -\sin\{\omega_1(-t_a+1)\} & \dots & \cos\{\omega_m(-t_a+1)\} & -\sin\{\omega_m(-t_a+1)\} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \cos\{\omega_1(-1)\} & -\sin\{\omega_1(-1)\} & \dots & \cos\{\omega_m(-1)\} & -\sin\{\omega_m(-1)\} \\ 1 & \cos\{\omega_1(0)\} & -\sin\{\omega_1(0)\} & \dots & \cos\{\omega_m(0)\} & -\sin\{\omega_m(0)\} \\ 1 & \cos\{\omega_1(1)\} & -\sin\{\omega_1(1)\} & \dots & \cos\{\omega_m(1)\} & -\sin\{\omega_m(1)\} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \cos\{\omega_1(t_a-1)\} & -\sin\{\omega_1(t_a-1)\} & \dots & \cos\{\omega_m(t_a-1)\} & -\sin\{\omega_m(t_a-1)\} \\ 1 & \cos\{\omega_1(t_a)\} & -\sin\{\omega_1(t_a)\} & \dots & \cos\{\omega_m(t_a)\} & -\sin\{\omega_m(t_a)\} \end{bmatrix}$$

Persamaan (11) diselesaikan dengan pertama kali mengabaikan residu **R**, sehingga persamaan yang diselesaikan adalah:

$$Z = C \cdot H \tag{12}$$

Dalam persamaan tersebut, **Z** dan **C** diketahui dan persamaan diselesaikan untuk mendapatkan **H**. Penyelesaian dapat dilakukan antara lain dengan cara sebagai berikut:

$$H = [C^T \cdot C]^{-1} \cdot C^T \cdot Z \tag{13}$$

Cara lain untuk menyelesaikan Persamaan (12) adalah dengan cara *least-squares*. Matrix **H** diperoleh dengan meminimumkan jumlah kuadrat kesalahan $(Z - C \cdot H) \cdot (Z - C \cdot H)$.

Dengan diketahuinya **H**, maka nilai-nilai muka air rata-rata, Z_0 , serta amplitudo dan fase setiap unsur pembangkit pasut, H_k dan g_k , dapat diketahui. Z_0 adalah elemen pertama vektor **H**, sedangkan H_k dan g_k dihitung dengan Persamaan (5) dan (6).

Residu, **R**, dapat dihitung dengan Persamaan (11). Kali ini, semua suku pada persamaan tersebut, selain **R**, telah diketahui.

4 PREDIKSI PASUT

4.1 TIME SERIES

Analisis harmonik pasut menghasilkan amplitudo dan fase unsur pembangkit pasut, H_k dan g_k . Dengan amplitudo dan fase itu, muka air laut pada setiap waktu, $Z(t)$, dapat dihitung dengan Persamaan (2). Tentu saja, muka air laut ini berlaku di tempat asal data pasut pengukuran yang dipakai untuk mendapatkan H_k dan g_k diperoleh.

4.2 MUKA AIR RENCANA

Dengan memakai amplitudo unsur pembangkit pasut, H_k , dapat dihitung berbagai elevasi muka air penting. Sejumlah literatur memuat definisi berbagai elevasi muka air penting ini. Di antara elevasi muka air yang sering dipakai untuk keperluan perencanaan disajikan pada tabel di bawah ini.

Tabel 3: Elevasi muka air penting (dikutip dari laporan LAPI untuk pekerjaan di Way Seputih, cantumkan dalam referensi)

Simbol	Nama	Definisi
HHWL	Higher High Water Level	Muka air tertinggi pada saat pasut purnama atau bulan mati.
MHWS	Mean High Water Spring	Nilai rata-rata muka air tinggi pada saat spring tide.
MHWL	Mean High Water Level	Nilai rata-rata muka air tinggi selama periode 19 tahun.
MSL	Mean Sea Level	Nilai rata-rata MHWL dan MLWL.
MLWL	Mean Low Water Level	Nilai rata-rata muka air rendah selama periode 19 tahun.
MLWS	Mean Low Water Spring	Nilai rata-rata muka air rendah pada saat spring tide.
LLWL	Lower Low Water Level	Muka air terendah pada saat pasut purnama atau bulan mati.
LAT	Lowest Astronomical Tide	Muka air terendah

Tabel 4: Elevasi muka air penting, dihitung sebagai penjumlahan unsur pembangkit pasang surut

Simbol	Penjumlahan unsur pembangkit pasut
HHWL	$Z_0 + (M_2 + S_2 + K_2 + K_1 + O_1 + P_1)$
MHWS	$Z_0 + (M_2 + S_2)$ atau $Z_0 + (K_1 + O_1)$
MHWL	$Z_0 + (M_2 + K_1 + O_1)$
MSL	Z_0
MLWL	$Z_0 - (M_2 + K_1 + O_1)$
MLWS	$Z_0 - (M_2 + S_2)$ atau $Z_0 - (K_1 + O_1)$
LLWL	$Z_0 - (M_2 + S_2 + K_2 + K_1 + O_1 + P_1)$
LAT	$Z_0 - (\text{jumlah semua unsur pembangkit pasut})$

HHWL: $M_2 + S_2$ atau $O_1 + K_1$ mana yang tertinggi? (periksa silang)

4.3 PETA BATIMETRI DAN CHART DATUM

uraian tentang peta batimetri dan chart datum, contoh peta bakosurtanal, peta dishidros, peta batimetri yang pernah dibuat sendiri di beberapa tempat studi

REFERENSI

Pragnjono Mardjiko, ...,

Reeve, ...

Soeprapto, ...,