

## UJIAN TENGAH SEMESTER TEKNIK PENGOLAHAN DATA

Dr. Ir. Istiarto, M.Eng. | Rabu, 10 April 2013 | 100 menit | Closed Book

### SOAL A

Suatu kawasan memiliki risiko tergenang banjir 5% per tahun. Dengan pendekatan distribusi binomial, hitunglah:

- 1) peluang tidak pernah tergenang dalam 10 tahun,
- 2) risiko tergenang 2 kali dalam 10 tahun,
- 3) risiko tergenang maksimum 2 kali dalam 10 tahun.
  - Probabilitas suatu distribusi binomial:

### PENYELESAIAN SOAL A

Peluang kawasan tidak pernah tergenang banjir dalam 10 tahun adalah probabilitas kawasan tidak tergenang ( $x = 0$ ) dalam periode 10 tahun ( $n = 10$ ).

$$\begin{aligned} f_x(0; 10, 0.05) &= \binom{10}{0} 0.05^0 (1 - 0.05)^{10-0} \\ &= \frac{10!}{(10-0)! 0!} 0.05^0 0.95^{10} \\ &= 1 \cdot 1 \cdot 0.5987 = 0.5987 \end{aligned}$$

Risiko kawasan tergenang 2 kali ( $x = 2$ ) dalam 10 tahun ( $n = 10$ ).

$$\begin{aligned} f_x(2; 10, 0.05) &= \binom{10}{2} 0.05^2 (1 - 0.05)^{10-2} \\ &= \frac{10!}{(10-2)! 2!} 0.05^2 0.95^8 \\ &= 45 \cdot 0.0025 \cdot 0.6634 \\ &= 0.0746 \end{aligned}$$

Risiko tergenang maksimum 2 kali dalam 10 tahun adalah jumlah risiko tergenang 0 kali, 1 kali, dan 2 kali. Risiko tergenang 1 kali ( $x = 1$ ) dalam periode 10 tahun ( $n = 10$ ) perlu dihitung terlebih dulu.

$$\begin{aligned} f_x(1; 10, 0.05) &= \binom{10}{1} 0.05^1 (1 - 0.05)^{10-1} \\ &= \frac{10!}{(10-1)! 1!} 0.05^1 0.95^9 \\ &= 10 \cdot 0.05 \cdot 0.6302 \\ &= 0.3151 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_x(2; 10, 0.05) &= f_x(0; 10, 0.05) + f_x(1; 10, 0.05) + f_x(2; 10, 0.05) = 0.5987 + 0.3151 + 0.074 \\ &= 0.9885 \end{aligned}$$

### SOAL B

Di bawah ini adalah data *annual series* curah hujan maksimum harian ( $R$ , dalam milimeter) di suatu stasiun penakar hujan. Telah diketahui pula bahwa data di bawah ini berdistribusi normal.

132    150    150    132    168    132    150    114    186    150

195    105    168    132    168    168    168    150    150    132

- 1) Hitunglah curah hujan rerata dan simpangan baku curah hujan (bulatkan dalam milimeter terdekat, tidak perlu ada desimal).
- 2) Buatlah tabel frekuensi dengan lebar klas 20 mm dan batas bawah klas terendah 100 mm.
- 3) Gambarlah histogram data curah hujan tersebut.
- 4) Hitunglah probabilitas curah hujan maksimum harian antara 125 mm s.d. 175 mm,  $\text{prob}(125 \text{ mm} < R < 175 \text{ mm})$ .
- 5) Tetapkan rentang keyakinan nilai rerata curah hujan maksimum harian tersebut dengan tingkat keyakinan  $(1-\alpha) = 0.90$ .
- 6) Jika seseorang menetapkan rentang nilai rerata curah hujan adalah antara 140 mm s.d. 155 mm, berapakah tingkat keyakinan yang dimilikinya?
  - Nilai  $Z$  dari suatu variabel random  $R$  dinyatakan dengan persamaan:  $Z_R = (R - \bar{R})/s_R$ .
  - Rentang keyakinan,  $\text{prob}(\ell < \mu_R < u) = (1 - \alpha)$ ,
  - batas bawah rentang,  $\ell = \bar{R} + t_{\alpha_a, n-1}(s_R/\sqrt{n})$ ,
  - batas atas rentang,  $u = \bar{R} + t_{1-\alpha_b, n-1}(s_R/\sqrt{n})$ ,
  - jika lebar rentang simetri terhadap curah hujan rerata, maka  $\alpha_a = \alpha_b = \alpha/2$ .

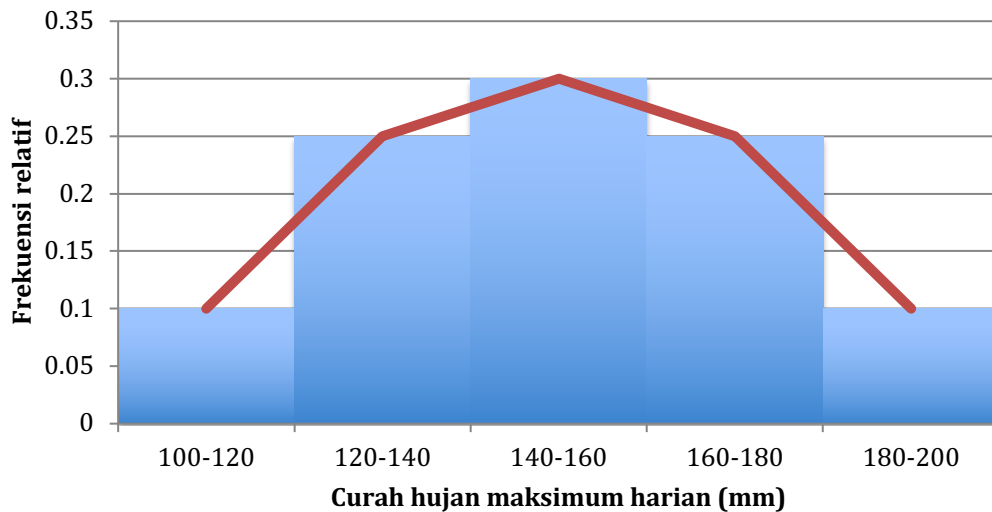
#### PENYELESAIAN SOAL B

Jumlah data curah hujan adalah  $n = 20$ . Nilai rerata dan simpangan baku curah hujan dapat dengan mudah dihitung dengan persamaan nilai rerata dan simpangan baku.

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n} = \frac{3000}{20} = 150 \text{ mm}$$

$$s_R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n R_i^2 - n\bar{R}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{459882 - 22500}{20-1}} = 23 \text{ mm}$$

Curah hujan (mm)	Frekuensi	Frekuensi relatif
100 - 120	2	0.1
120 - 140	5	0.25
140 - 160	6	0.3
160 - 180	5	0.25
180 - 200	2	0.1
	20	1.0



$$R = 125 \text{ mm} \Rightarrow Z_{125} = \frac{125 - 150}{23} = -1.0870$$

$$R = 175 \text{ mm} \Rightarrow Z_{175} = \frac{175 - 150}{23} = 1.0870$$

$$\text{prob}(125 \text{ mm} < R < 175 \text{ mm}) = \text{prob}(-1.0870 < Z < 1.0870) = \text{prob}(Z < 1.0870) - \text{prob}(Z < -1.0870) = 0.8615 - 0.1385 = 0.7230$$

Rentang keyakinan nilai rerata curah hujan ditetapkan sedemikian hingga rentang simetris terhadap nilai rerata curah hujan. Oleh karena itu, untuk tingkat keyakinan  $(1 - \alpha) = 0.90$ , maka  $\alpha_a = \alpha_b = \alpha/2 = 0.05$ .

$$t_{1-\alpha/2, n-1} = t_{0.95, 19} = 1.7291 \text{ dan } t_{\alpha/2, n-1} = t_{0.05, 19} = -1.7291.$$

$$l = \bar{R} + t_{\alpha_a, n-1} (s_R / \sqrt{n}) = 150 - 1.7291 \frac{23}{\sqrt{20}} = 141 \text{ mm}$$

$$u = \bar{R} + t_{1-\alpha_b, n-1} (s_R / \sqrt{n}) = 150 + 1.7291 \frac{23}{\sqrt{20}} = 159 \text{ mm}$$

Dengan demikian, rentang keyakinan nilai rerata curah hujan maksimum harian dengan tingkat keyakinan 90% adalah:

$$\text{prob}(141 \text{ mm} < \mu_R < 159 \text{ mm}) = 0.90$$

Jika seseorang menetapkan bahwa nilai rerata curah hujan maksimum harian adalah antara 140 mm s.d. 155 mm:

$$\text{prob}(140 \text{ mm} < \mu_R < 155 \text{ mm}) = 1 - \alpha$$

$$l = \bar{R} + t_{\alpha_a, n-1} (s_R / \sqrt{n})$$

$$140 = 150 + t_{\alpha_a, 19} \frac{23}{\sqrt{20}} \Rightarrow t_{\alpha_a, 19} = -1.9444 \Rightarrow \alpha_a = 0.0334$$

$$\left. \begin{array}{l} 140 = 150 + t_{\alpha_a, 19} \frac{23}{\sqrt{20}} \Rightarrow t_{\alpha_a, 19} = -1.9444 \Rightarrow \alpha_a = 0.0334 \\ 155 = 150 + t_{1-\alpha_b, 19} \frac{23}{\sqrt{20}} \Rightarrow t_{1-\alpha_b, 19} = 0.9722 \Rightarrow \alpha_b = 0.1716 \end{array} \right\} 1-\alpha = 1 - (\alpha_a + \alpha_b) = 0.7950$$

Dengan demikian, tingkat keyakinan untuk rentang tersebut adalah 79.5%.

$$\text{prob}(140 \text{ mm} < \mu_R < 155 \text{ mm}) = 0.7950$$

-o0o-