

PENYELESAIAN SOAL UJIAN TENGAH SEMESTER 2006

SOAL A

Seseorang mencermati data pengukuran temperatur udara di Stasiun X (data kontinu) selama 30 hari terakhir. Orang tersebut memilah data temperatur udara maximum setiap harinya dan memperoleh data seperti di bawah ini.

30.8	30.7	30.1	32.1	29	31.4
3	32.3	31.1	29.1	31.5	31
32.7	31.8	31.9	31.5	32.6	30.7
30.7	33.4	33.9	32.4	32	32.7
30.4	31.9	31.9	31.7	30.2	31.4

1. Buat tabel frekuensi dengan rentang klas 1°C (klas pertama $28.5 - 29.5^{\circ}\text{C}$, klas terakhir $33.5 - 34.5^{\circ}\text{C}$).
2. Hitung temperatur udara maximum rata-rata.
3. Hitung simpangan baku temperatur udara maximum.
4. Buat histogram sebaran frekuensi temperatur udara maximum.
5. Dengan asumsi temperatur udara maximum berdistribusi normal, lengkapi tabel frekuensi yang telah Saudara buat pada Soal 1 dengan frekuensi temperatur udara maximum teoretik.
6. Tambahkan pdf teoretik pada histogram yang telah Saudara buat pada Soal 4.
7. Hitung peluang temperatur udara maximum berkisar antara $29.5 - 32.5^{\circ}\text{C}$.
8. Hitung peluang temperatur udara maximum berkisar antara $29 - 32^{\circ}\text{C}$.
9. Hitung peluang temperatur udara maximum lebih daripada 33°C .

PENYELESAIAN

Tabel frekuensi temperatur udara maximum di Stasiun X selama 30 hari.

Tabel frekuensi temperatur udara maximum ditampilkan pada Tabel 1. Dengan bantuan tabel ini, nilai rata-rata dan simpangan baku temperatur udara maximum dapat dihitung dengan mudah.

Tabel 1. Temperatur udara maximum di Stasiun X selama 30 hari.

Rentang Klas ($^{\circ}\text{C}$)	Nilai Klas, T ($^{\circ}\text{C}$)	Frek, f	Frek Rel	fT	fT^2
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
28.5 – 29.5	29	2	0.07	58	1,682
29.5 – 30.5	30	3	0.10	90	2,700
30.5 – 31.5	31	10	0.33	310	9,610
31.5 – 32.5	32	9	0.30	288	9,216
32.5 – 33.5	33	5	0.17	165	5,445
33.5 – 34.5	34	1	0.03	34	1,156
Σ		30	1.00	945	29,809

Nilai rata-rata dan simpangan baku temperatur udara maximum.

Temperatur udara maximum rata-rata dihitung dengan persamaan berikut:

$$\bar{T} = \frac{\sum f t}{\sum f} = \frac{945}{30} = 31.5^\circ\text{C}$$

Simpangan baku temperatur udara maximum dapat dihitung dengan mudah (lihat kolom ke-3, 5 dan 6 pada Tabel 1):

$$s = \sqrt{\frac{\sum f(T - \bar{T})^2}{\sum f - 1}} = \sqrt{\frac{\sum f T^2 - (\sum f T)^2 / \sum f}{\sum f - 1}} = \sqrt{\frac{29809 - 945^2 / 30}{30 - 1}} = 1.2^\circ\text{C}$$

Distribusi frekuensi temperatur udara maximum hasil pengukuran dan teoretik.

Distribusi frekuensi temperatur udara maximum teoretik, dengan asumsi distribusi temperatur udara maximum tersebut mengikuti distribusi normal, dapat dicari dengan pembacaan tabel distribusi normal standar. Dalam hal ini, tabel yang dipakai dapat berupa tabel cdf (luas di bawah kurva normal standar) atau tabel ordinat kurva normal standar. Tabel 2 menunjukkan distribusi frekuensi teoretik yang dihitung dengan bantuan pembacaan tabel cdf dan ordinat kurva normal standar. Berikut ini contoh cara menghitung frekuensi teoretik pada klas ke-2.

Cara #1: dengan bantuan tabel cdf distribusi normal standar.

$$f_T(t) = \Delta t \cdot p_T(t)$$

$$p_T(t) = \frac{d P_T(t)}{dt} \approx \frac{P_T(t_{\text{batas atas}}) - P_T(t_{\text{batas bawah}})}{\Delta t}$$

$$f_T(t) = P_T(t_{\text{batas atas}}) - P_T(t_{\text{batas bawah}})$$

Dalam persamaan-persamaan di atas, $f_T(t)$ adalah frekuensi relatif, Δt adalah rentang klas, $p_T(t)$ adalah ordinat kurva normal standar, $P_T(t) = \text{prob}(T < t)$, $t_{\text{batas atas}}$ dan $t_{\text{batas bawah}}$ adalah batas atas dan batas bawah rentang klas. Temperatur udara maximum T perlu diubah dulu menjadi nilai Z :

$$f_T(t) = P_Z(z_{\text{batas atas}}) - P_Z(z_{\text{batas bawah}}) = P_Z\left(\frac{t_{\text{batas atas}} - \bar{T}}{s_T}\right) - P_Z\left(\frac{t_{\text{batas bawah}} - \bar{T}}{s_T}\right)$$

Untuk klas ke-2, frekuensi relatif teoretik adalah:

$$f_T(t) = P_Z(-0.84) - P_Z(-1.67) = 0.2016 - 0.0473 \approx 0.15$$

Cara #2: dengan bantuan tabel ordinat kurva normal standar.

$$f_T(t) = \Delta t \cdot p_T(t) = \Delta t \cdot p_Z(z) \cdot \left| \frac{dz}{dt} \right| = \Delta t \cdot \frac{p_Z(z)}{s_T}$$

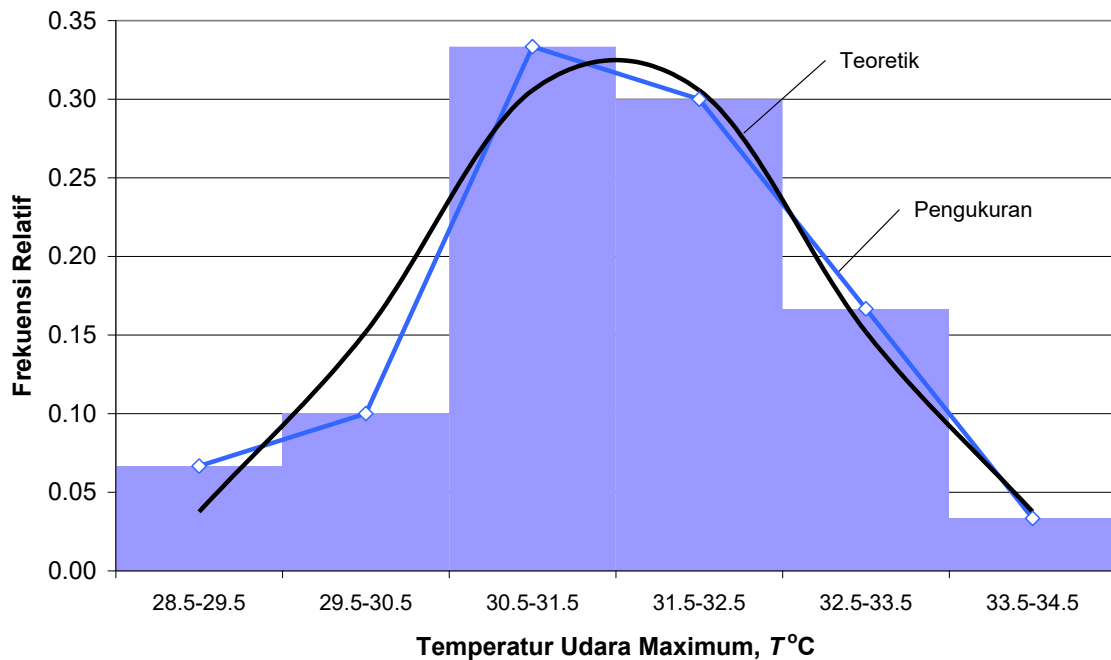
Nilai $p_Z(z)$ diperoleh dari tabel ordinat kurva normal standar. Untuk klas ke-2, frekuensi relatif teoretik adalah:

$$f_T(t) = \Delta t \cdot \frac{p_Z(-1.25)}{s_T} = 1 \cdot \frac{0.1818}{1.2} \approx 0.15$$

Tabel 2. Distribusi frekuensi teoretik temperatur udara maximum di Stasiun X selama 30 hari.

Data Pengukuran				Teoretik Cara #1		Teoretik Cara #2		
Rentang Klas, $T^{\circ}\text{C}$	$T^{\circ}\text{C}$	Frekuensi	Frek Rel	Rentang Klas, Z_T	Frek Rel	Z_T	$p_Z(z)$	Frek Rel
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
28.5 – 29.5	29	2	0.07	-2.51 – -1.67	0.04	-2.09	0.0449	0.04
29.5 – 30.5	30	3	0.10	-1.67 – -0.84	0.15	-1.25	0.1818	0.15
30.5 – 31.5	31	10	0.33	-0.84 – 0.00	0.30	-0.42	0.3656	0.31
31.5 – 32.5	32	9	0.30	0.00 – 0.84	0.30	0.42	0.3656	0.31
32.5 – 33.5	33	5	0.17	0.84 – 1.67	0.15	1.25	0.1818	0.15
33.5 – 34.5	34	1	0.03	1.67 – 2.51	0.04	2.09	0.0449	0.04
		30	1.00		0.99			0.99

Perbandingan distribusi frekuensi temperatur udara maximum hasil pengukuran dan teoretik disajikan secara grafis pada Gambar 1. Tampak pada gambar tersebut bahwa distribusi temperatur udara maximum di Stasiun X selama 30 hari sangat mirip dengan kurva distribusi normal teoretik. Dengan demikian asumsi bahwa temperatur udara maximum tersebut berdistribusi normal dapat dipertanggung-jawabkan.



Gambar 1. Distribusi frekuensi temperatur udara maximum di Stasiun X selama 30 hari.

Peluang temperatur udara maximum berkisar antara 29.5 – 32.5°C.

Dari tabel frekuensi (Tabel 1), peluang temperatur udara maximum berkisar antara 29.5–32.5°C adalah jumlah baris ke-2, 3, dan 4 pada kolom ke-4, yaitu:

$$\text{prob}(29.5^\circ\text{C} < T < 32.5^\circ\text{C}) = 0.10 + 0.33 + 0.30 = 0.73.$$

Peluang tersebut dapat pula dihitung berdasarkan distribusi normal teoretik (Tabel 2), yaitu jumlah baris ke-2, 3, dan 4 pada kolom ke-6:

$$\text{prob}(29.5^\circ\text{C} < T < 32.5^\circ\text{C}) = 0.15 + 0.30 + 0.30 = 0.75.$$

Peluang temperatur udara maximum berkisar antara 29 – 32°C.

Dengan asumsi bahwa temperatur udara maximum di Stasiun X selama 30 hari tersebut berdistribusi normal, maka peluang temperatur udara maximum bernilai tertentu dapat diperkirakan dengan bantuan tabel distribusi normal standar. Nilai temperatur udara maximum T perlu diubah dulu menjadi nilai Z .

$$Z_T = \frac{T - \bar{T}}{s_T} = \frac{T - 31.5}{1.20}.$$

$$T = 29^\circ\text{C} \rightarrow$$

$$Z_{29} = (29 - 31.5)/1.20 = -2.09.$$

$$T = 32^\circ\text{C} \rightarrow$$

$$Z_{32} = (32 - 31.5)/1.20 = 0.42.$$

$$\text{prob}(29^\circ\text{C} < T < 32^\circ\text{C}) = \text{prob}(-2.09 < Z_T < 0.42).$$

Dengan menggunakan tabel distribusi normal standar, diperoleh:

$$\begin{aligned} \text{prob}(29^\circ\text{C} < T < 32^\circ\text{C}) &= \alpha_1 + \alpha_2 = \text{prob}(-2.09 < Z_T < 0) + \text{prob}(0 < Z_T < 0.42) \\ &= (0.50 - 0.0183) + 0.1620 \\ &= 0.6437 \approx 64\%. \end{aligned}$$

Peluang temperatur udara maximum lebih daripada 33°C.

$$T = 33^\circ\text{C} \rightarrow Z_{33} = (33 - 31.5)/1.20 = 1.25$$

$$\text{prob}(T > 33^\circ\text{C}) = \text{prob}(Z_T > 1.25) = 0.5 - 0.3950 = 0.1050 \approx 10\%.$$

SOAL B

Suatu tanggul untuk mencegah limpasan air keluar dari sungai baru saja selesai dibangun. Tanggul tersebut dirancang berdasarkan debit sungai kala ulang 10 tahun.

1. Hitung risiko limpasan dalam 5 tahun ke depan.
2. Hitung kemungkinan limpasan baru terjadi setelah tahun ke-5.
3. Hitung peluang terjadi limpasan pertama kalinya pada tahun ke-6.
4. Walikota menghendaki bahwa selama 3 tahun sisa masa jabatannya ke depan ini, risiko limpasan tidak melebihi 10%. Apakah keinginannya terpenuhi dengan rancangan tanggul tersebut?
5. Jika jawaban Saudara terhadap Soal 4 adalah “tidak terpenuhi”, debit kala ulang berapa tahun yang seharusnya dipakai untuk merancang tanggul?

PENYELESAIAN

Debit kala ulang tahun 10 tahun memiliki peluang terlampaui 10% setiap tahun. Pemakaian debit kala ulang 10 tahun tersebut, dengan demikian mengandung arti bahwa setiap tahun tanggul memiliki risiko gagal (air melimpas melewati tanggul) sebesar 10%. Apabila risiko limpasan tersebut dinamai $p = 10\%$, maka peluang limpasan tidak terjadi adalah $q = 1 - p = 90\%$.

Risiko limpasan dalam 5 tahun ke depan.

Risiko limpasan dalam 5 tahun ke depan dapat diperkirakan dengan menghitung terlebih dulu peluang tidak terjadi limpasan selama periode tersebut, yaitu:

$$f_X(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Persamaan di atas adalah persamaan distribusi binomial. Dalam persamaan tersebut, $x = 0$ adalah frekuensi limpasan dan $n = 5$ adalah periode 5 tahun ke depan.

$$f_X(0; 5, 0.10) = \binom{5}{0} 0.10^0 0.90^5 = 1 \cdot 1 \cdot 0.90^5 = 0.5905 \approx 59\%$$

Risiko terjadi limpasan dalam 5 tahun ke depan adalah $(1 - \text{peluang tidak terjadi limpasan dalam periode yang sama})$ atau $1 - 59\% = 41\%$.

Ditinjau dari sudut pandang probabilitas, risiko limpasan dalam 5 tahun ke depan adalah risiko terjadi limpasan setidaknya satu kali dalam 5 tahun ke depan; artinya, limpasan dapat terjadi satu, dua, tiga, empat, atau lima kali. Namun, dalam perspektif fungsi tanggul, sekali limpasan terjadi, tanggul akan rusak. Dengan kata lain, secara fisik, tanggul tidak berfungsi lagi setelah limpasan terjadi satu kali.

Kemungkinan limpasan baru terjadi setelah tahun kelima.

Apabila limpasan baru terjadi setelah tahun kelima, maka limpasan tidak terjadi selama lima tahun pertama sejak tanggul selesai dibangun. Probabilitas limpasan tidak terjadi selama lima tahun pertama adalah $q^5 = 0.5905 \approx 59\%$.

Peluang limpasan terjadi untuk pertama kalinya pada tahun keenam.

Peluang terjadi limpasan pada tahun keenam dan lima tahun sebelumnya tidak terjadi limpasan adalah $p \cdot q^5 = 0.1 (59\%) = 5.9\%$.

Peluang terjadi limpasan pertama kalinya pada tahun keenam dapat dipandang sebagai distribusi geometris pada proses Bernoulli:

$$f_X(x; p) = p \cdot q^{x-1}$$

Dalam persamaan di atas, $x = 6$ adalah tahun saat limpasan pertama kalinya terjadi. Dengan demikian peluang terjadi limpasan pertama kalinya terjadi pada tahun keenam adalah:

$$f_X(6; 0.10) = 0.10 \cdot 0.90^{6-1} = 0.1 \cdot 0.90^5 = 0.0590 \approx 5.9\% .$$

Risiko limpasan dalam 3 tahun ke depan.

Risiko limpasan dalam 3 tahun ke depan ini adalah sama dengan satu dikurangi peluang tidak terjadi limpasan dalam periode yang sama. Peluang tidak terjadi limpasan dalam 3 tahun ke depan dapat dihitung dengan persamaan distribusi binomial sebagai berikut:

$$f_X(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

dengan $x = 0$ adalah frekuensi terjadinya limpasan dalam waktu $n = 3$ tahun. Dengan demikian, risiko terjadi limpasan dalam 3 tahun ke depan adalah:

$$1 - f_X(0; 3, 0.1) = 1 - \binom{3}{0} 0.1^0 0.9^3 = 1 - 0.729 = 0.271 > 10\% .$$

Jadi risiko terjadi limpasan dalam 3 tahun ke depan melebihi syarat yang ditetapkan oleh Walikota.

Apabila risiko terjadi limpasan dalam 3 tahun ke depan dibatasi tidak boleh melebihi 10%, maka peluang tidak terjadi limpasan dalam periode tersebut haruslah lebih besar daripada 90%. Hal ini dapat dicapai apabila risiko limpasan per tahun p adalah:

$$f_X(0;3,p) = \binom{3}{0} p^0 (1-p)^3 > 90\%$$

$$1-p > 0.9^{1/3}$$

$$p < 0.0345 \Rightarrow T > \frac{1}{0.0345} \text{ atau } T > 29 \text{ tahun}$$

Dengan demikian, tanggul harus dirancang dengan debit kala ulang lebih besar daripada 30 tahun, misal dengan kala ulang 50 tahun (Q_{50}).

PENYELESAIAN SOAL UJIAN AKHIR SEMESTER 2006

SOAL A

Data di bawah ini merupakan hasil uji daya hisap pompa air (dalam meter) yang akan diberikan kepada para korban bencana gempa bumi di Bantul. Lakukan uji hipotesis bahwa daya hisap rata-rata hasil uji tersebut berbeda dengan nilai 20 m yang disyaratkan.

22	15	13	21
8	14	21	18
16	20	19	23
11	22	15	20
15	18	18	23

PENYELESAIAN

Langkah pertama adalah mengasumsikan bahwa data hasil uji daya hisap pompa air tersebut berdistribusi normal. Untuk menguji perbedaan hasil uji tersebut dengan syarat daya hisap pompa rata-rata yang disyaratkan, disusun suatu hipotesis sebagai berikut:

Hipotesis utama (*null hypothesis*), $H_0: \mu_0 = 20 \text{ m}$

Hipotesis alternatif (*alternative hypothesis*), $H_1: \mu_0 \neq 20 \text{ m}$

Statistik uji pada pembuktian ini adalah:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s_{\bar{X}}} = \frac{\sqrt{n}}{s_X} (\bar{X} - \mu_0) \text{ yang berdistribusi } t.$$

H_0 diterima apabila $t_{1-\alpha/2, n-1} > |t|$. Dalam persamaan ini, $1 - \alpha$ adalah tingkat keyakinan, $n - 1$ adalah *degrees of freedom*. Penerimaan H_0 berarti penerimaan hipotesis yang menyatakan bahwa hasil uji daya hisap rata-rata sama dengan atau tidak berbeda secara signifikan dengan nilai 20 m.

Data hasil pengujian daya hisap pompa menunjukkan:

jumlah sampel $n = 20$

daya hisap rata-rata $\bar{X} = 17.6 \text{ m}$

simpangan baku $s_X = 4.15 \text{ m}$

Dengan demikian:

$$t = \frac{\sqrt{20}}{4.15} (17.6 - 20) = -2.588$$

dan

$$t_{1-\alpha/2, n-1} = t_{0.975, 19} = 2.093.$$

Nilai $t_{0.975, 19}$ di atas diperoleh dari tabel distribusi t atau dapat pula dihitung dengan memakai fungsi MSEXcel: =TINV(2*(1 - 0.975), 19).

Karena $t_{1-\alpha/2, n-1} < |t|$ maka H_0 ditolak. Dengan kata lain, dengan tingkat keyakinan 95% maka daya hisap rata-rata pompa air tersebut, 17.6 m, tidak sama atau berbeda secara signifikan dengan nilai yang disyaratkan, 20 m.

SOAL B

Dengan asumsi data hasil uji pada Soal A berdistribusi normal:

1. tetapkan rentang keyakinan 95% daya hisap rata-rata,
2. kerjakan kembali soal di atas apabila varian populasi ternyata sama dengan varian menurut data daya hisap tersebut,
3. mengapa terjadi perbedaan lebar rentang keyakinan pada kedua soal di atas?

PENYELESAIAN

Rentang keyakinan daya hisap pompa rata-rata.

Rentang keyakinan nilai rata-rata, μ , untuk variabel random berdistribusi normal dengan nilai varian populasi yang tidak diketahui adalah:

$$\text{prob}\left(\bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \cdot s_X / \sqrt{n} < \mu < \bar{X} + t_{1-\alpha/2, n-1} \cdot s_X / \sqrt{n}\right) = 1 - \alpha$$

Dari data hasil uji daya hisap pompa dan hitungan pada Soal A, diperoleh:

batas atas rentang keyakinan

$$\begin{aligned} u &= \bar{X} + t_{1-\alpha/2, n-1} \cdot s_X / \sqrt{n} \\ &= 17.6 + 2.093 \cdot 4.15 / \sqrt{20} \\ &= 19.54 \text{ m} \end{aligned}$$

batas bawah rentang keyakinan

$$\begin{aligned} \ell &= \bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \cdot s_X / \sqrt{n} = \bar{X} - t_{1-\alpha/2, n-1} \cdot s_X / \sqrt{n} \\ &= 17.6 - 2.093 \cdot 4.15 / \sqrt{20} \\ &= 15.66 \text{ m} \end{aligned}$$

atau:

$$\text{prob}(15.66 \text{ m} < \mu < 19.54 \text{ m}) = 95\%$$

lebar rentang keyakinan = $19.54 - 15.66 = 3.88 \text{ m}$.

Rentang keyakinan daya hisap pompa rata-rata, varian populasi diketahui.

Rentang keyakinan nilai rata-rata, μ , untuk variabel random berdistribusi normal dengan nilai varian populasi diketahui adalah:

$$\text{prob}\left(\bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \sigma_X / \sqrt{n} < \mu < \bar{X} + z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_X / \sqrt{n}\right) = 1 - \alpha$$

dalam persamaan di atas,

simpangan baku populasi $\sigma_X = s_X = 4.15 \text{ m}$

$$z_{\alpha/2} = z_{0.025} = -1.96$$

$$z_{1-\alpha/2} = z_{0.975} = 1.96$$

Nilai z di atas dapat diperoleh dari tabel distribusi normal standar atau dengan memakai fungsi MSEXcel: =NORMSINV(0.025) = -1.96 dan =NORMSINV(0.975) = 1.96.

Dengan demikian, batas atas dan batas bawah rentang keyakinan daya hisap rata-rata pompa air tersebut adalah:

batas atas rentang keyakinan

$$\begin{aligned}u &= \bar{X} + z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_X / \sqrt{n} \\ &= 17.6 + 1.96 \cdot 4.15 / \sqrt{20} \\ &= 19.42 \text{ m}\end{aligned}$$

batas bawah rentang keyakinan

$$\begin{aligned}\ell &= \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \sigma_X / \sqrt{n} \\ &= 17.6 - 1.96 \cdot 4.15 / \sqrt{20} \\ &= 15.78 \text{ m}\end{aligned}$$

atau:

$$\text{prob}(15.78 \text{ m} < \mu < 19.42 \text{ m}) = 95\%$$

$$\text{lebar rentang keyakinan} = 19.42 - 15.78 = 3.64 \text{ m.}$$

Tampak bahwa dengan tingkat keyakinan yang sama, maka rentang keyakinan nilai rata-rata jika varian populasi diketahui akan lebih sempit daripada jika varian populasi tidak diketahui. Ini wajar, mengingat apabila nilai varian populasi tidak diketahui, maka diperlukan estimasi (dalam kasus ini nilai varian populasi didekati dengan nilai varian sampel) dan rentang keyakinan akan lebih lebar. Sebaliknya, apabila nilai varian populasi diketahui, maka kita akan lebih pasti sehingga rentang keyakinan lebih sempit.

Dengan rentang keyakinan yang sama, maka tingkat keyakinan akan lebih tinggi jika nilai varian populasi diketahui daripada jika tidak diketahui. Dalam kasus di atas, jika dipakai rentang keyakinan $15.66 \text{ m} < \mu < 19.54 \text{ m}$, maka diperoleh tingkat keyakinan:

$$\begin{aligned}15.66 &= 17.6 + z_{\alpha/2} \cdot 4.15 / \sqrt{20} \\ z_{\alpha/2} &= -2.0930 \Rightarrow \alpha/2 = 0.0182 \Rightarrow 1 - \alpha = 96.4\%\end{aligned}$$

Catatan: jika $z_{\alpha/2}$ diketahui, maka $\alpha/2$ dapat dicari dengan fungsi MSEXcel =NORMSDIST($z_{\alpha/2}$).

SOAL C

Di suatu kawasan rawan bencana alam, banjir dan tanah longsor merupakan dua jenis bencana yang harus diwaspadai, khususnya pada saat hujan lebat (kedalaman hujan 100 mm yang terjadi kurang daripada 3 jam). Saat hujan seperti itu, risiko terjadi banjir adalah 20% dan risiko tanah longsor adalah 10%. Menurut catatan, pada saat hujan lebat tersebut, risiko banjir dan tanah longsor terjadi bersama-sama adalah 3%.

Jika suatu saat terjadi hujan lebat, berapakah risiko:

1. terjadi banjir tetapi tidak terjadi tanah longsor,
2. terjadi tanah longsor tetapi tidak terjadi banjir,
3. terjadi tanah longsor apabila banjir saat itu telah terjadi,
4. terjadi banjir apabila tanah longsor saat itu telah terjadi.

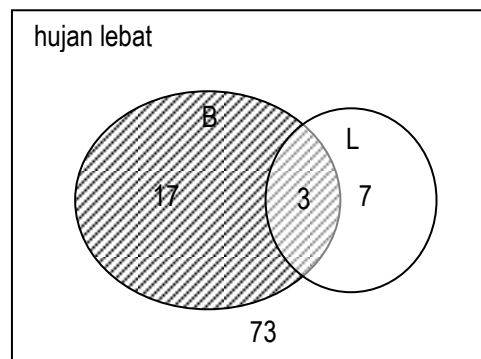
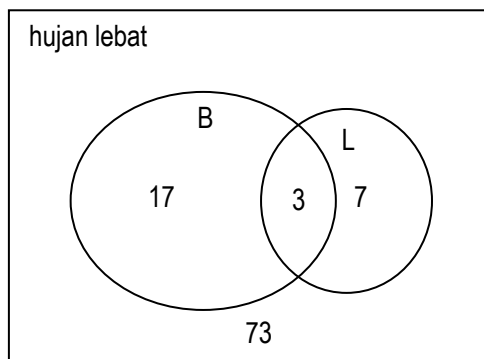
Pada saat musim hujan seperti saat ini, peluang terjadi hujan lebat di kawasan itu adalah 30%. Dalam kasus ini, hitunglah:

5. risiko terjadi banjir saja (tidak terjadi tanah longsor),
6. risiko terjadi tanah longsor saja (tidak terjadi banjir),
7. terjadi banjir dan tanah longsor bersama-sama.

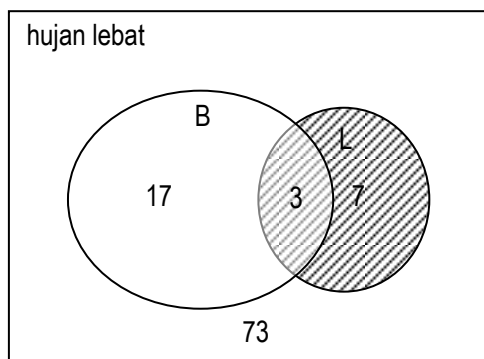
PENYELESAIAN

Penyelesaian soal di atas lebih mudah dilakukan dengan bantuan diagram Venn seperti dilukiskan di bawah ini.

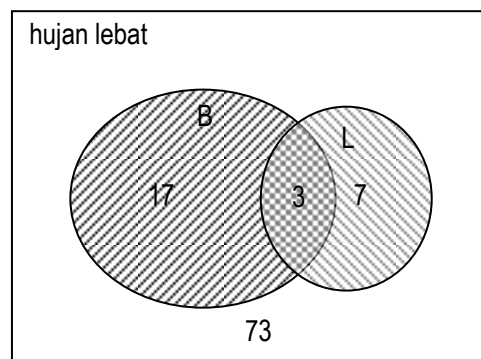
Probabilitas berbagai event pada saat hujan lebat.



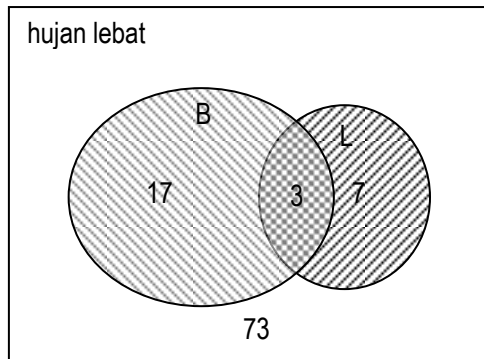
$\text{prob}(B \cap L^c) = 17\%$



$\text{prob}(B^c \cap L) = 7\%$



$\text{prob}(L|B) = 3/20 = 15\%$



$$\text{prob}(B|L) = 3/10 = 30\%$$

Probabilitas berbagai event pada saat musim hujan.

Peluang terjadi hujan lebat pada saat ini adalah 30%. Dengan demikian, risiko banjir, tanah longsor, maupun banjir dan tanah longsor pada saat musim hujan ini adalah 30% nilai probabilitas masing-masing event tersebut.

Event B = banjir pada saat hujan lebat, $\text{prob}(B) = 20\%$. Karena peluang hujan lebat pada saat musim hujan adalah 30%, maka $\text{prob}(B|\text{musim hujan}) = 30\% \cdot 20\% = 6\%$.

Event L = longsor pada saat hujan lebat, $\text{prob}(L) = 10\%$.
 $\text{prob}(L|\text{musim hujan}) = 30\% \cdot 10\% = 3\%$.

Demikian pula probabilitas event-event yang lain pada saat musim hujan ini adalah:

$$\text{prob}(B \cap L^c) = 30\% \cdot 17\% = 5.1\%.$$

$$\text{prob}(B^c \cap L) = 30\% \cdot 7\% = 2.1\%.$$

$$\text{prob}(B \cap L) = 30\% \cdot 3\% = 0.9\%.$$

Catatan:

Event H = hujan lebat; pada saat musim hujan $\text{prob}(H) = 30\%$.

Event H^c = tidak hujan lebat, artinya terjadi hujan tetapi tidak lebat; pada saat musim hujan $\text{prob}(H^c) = 70\%$.

Informasi tentang event B (banjir) dan event L (tanah longsor) hanya tersedia pada saat H (hujan lebat), sedangkan informasi event B dan event L pada saat H^c (tidak hujan lebat) tidak diketahui dan **tidak ditanyakan** pada soal ini.