

UJIAN REMEDI MATEMATIKA TEKNIK

RABU, 28 JULI 2011 | OPEN BOOK | WAKTU 90 MENIT

PETUNJUK

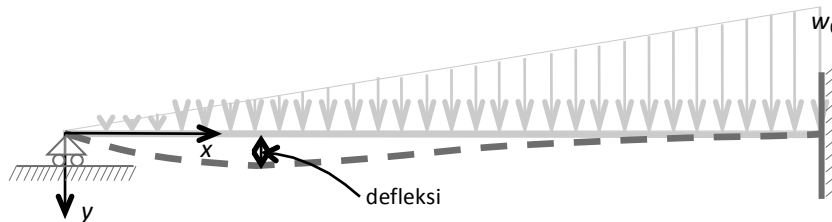
- 1) Saudara **tidak boleh** menggunakan komputer untuk mengerjakan soal-soal ujian ini.
- 2) Saudara perlu memperhatikan satuan pada setiap variabel.

SOAL 1

Suatu batang balok didukung oleh Jepit-Rol seperti gambar di bawah. Balok dibebani dengan beban segitiga yang berdampak pada lendutan yang terjadi di sepanjang batang balok. Dengan sumbu koordinat berpusat di posisi Rol, absis x positif ke kanan dan y merupakan defleksi yang terjadi, besarnya lendutan yang terjadi di sepanjang bentang, diberikan sebagai berikut ini.

$$y = \frac{w_0}{120 E I L} (-x^5 + 2L^2 x^3 - L^4 x)$$

Dengan menggunakan Metode Newton-Raphson, tentukan lokasi terjadinya lendutan maksimum jika panjang bentang balok $L = 9$ m. Untuk mendapatkan lokasi defleksi maksimum, persamaan di atas didiferensialkan terhadap x dan disamakan dengan nol.



PENYELESAIAN

Posisi lendutan maksimum adalah di x sedemikian hingga laju perubahan defleksi di lokasi tersebut adalah nol, $dy/dx = 0$.

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{w_0}{120 E I L} \underbrace{(-5x^4 + 6L^2 x^2 - L^4)}_{f(x)} = 0$$

$dy/dx = 0$ jika $f(x) = 0$. Lokasi lendutan maksimum dicari dengan menyelesaikan persamaan $f(x) = 0$ untuk x . Dengan Metode Newton-Raphson, x dapat dicari melalui persamaan iteratif berikut:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Dalam persamaan tersebut, $f'(x)$ adalah diferensial $f(x)$ terhadap x :

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = (-20x^3 + 12L^2x)$$

Tabel di bawah ini memaparkan langkah hitungan untuk mendapatkan posisi lendutan maksimum.

i	x_i	$f(x)$	$f'(x)$	x_{i+1}	Δx_i
0	2	-4697	1784	4.6328	2.6328
1	4.6328	1566.7911	2514.4061	4.0097	-0.6231
2	4.0097	-39.6450	2608.0940	4.0249	0.0152
3	4.0249	0.0006	2608.1497	4.0249	0.0000

Catatan:

- 1) Panjang balok $L = 9$ m.
- 2) Dimungkinkan mendapatkan nilai x yang lain dengan mengubah nilai awal x_0 , namun sebagian x hasil hitungan memberikan posisi lendutan maksimum di Rol ($x = 0$), Jepit ($x = 9$), atau di luar bentang balok ($x < 0$ atau $x > 9$).

Dengan demikian, posisi lendutan maksimum adalah pada jarak $x = 4.0249$ m di kanan Rol.

SOAL 2

Tabel dan gambar di bawah menunjukkan kecepatan angin dalam satuan knot yang diukur di suatu tempat, di beberapa titik ketinggian dari El. +2 m s.d. +20 m.

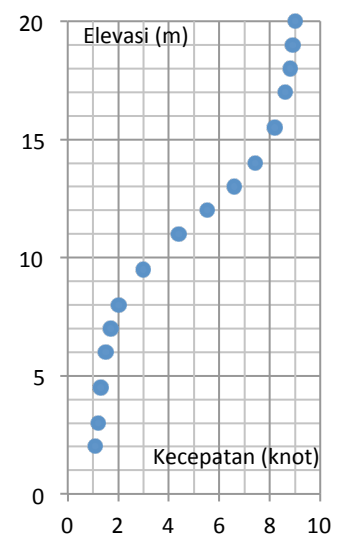
z (m)	2	3	4.5	6	7	8	9.5	11	12	13	14	15.5	17	18	19	20
u (knot)	1.1	1.2	1.3	1.5	1.7	2	3	4.4	5.5	6.6	7.4	8.2	8.6	8.8	8.9	9

Kecepatan angin rata-rata di tempat tersebut dapat dihitung secara numeris dengan persamaan:

$$U = \frac{1}{\Delta z} \int_{z_0}^{z_n} u dz = \frac{1}{(20-2)} \int_0^{20} u dz$$

Dalam persamaan tersebut, U adalah kecepatan rata-rata, u adalah kecepatan di titik pengukuran di suatu ketinggian z , dan Δz adalah beda tinggi antara titik pengukuran tertinggi dan terendah.

Hitunglah kecepatan rata-rata di tempat tersebut dengan menggunakan metode integrasi numeris Simpson (Simpson 1/3 atau 3/8). Pada pias yang tidak memungkinkan penggunaan metode Simpson, pakailah metode trapesium. Tunjukkan pada tabel hitungan Saudara, metode yang dipakai pada setiap pias.



PENYELESAIAN

Data kecepatan angin menunjukkan bahwa selang antar elevasi titik ukur tidak konstan. Metode Simpson 3/8 membutuhkan 4 titik dengan selang sama, Simpson 1/3 membutuhkan 3

titik dengan selang sama, dan metode trapesium hanya membutuhkan 2 titik. Ketiga metode hitungan integrasi ini dinyatakan dalam persamaan-persamaan di bawah ini:

Metode Simpson 3/8:
$$\int_{z_i}^{z_{i+3}} u \, dz = (z_{i+3} - z_i) \frac{(z_i + 3z_{i+1} + 3z_{i+2} + z_{i+3})}{8}$$

Metode Simpson 1/3:
$$\int_{z_i}^{z_{i+2}} u \, dz = (z_{i+2} - z_i) \frac{(z_i + 4z_{i+1} + z_{i+2})}{6}$$

Metode trapesium:
$$\int_{z_i}^{z_{i+1}} u \, dz = (z_{i+1} - z_i) \frac{(z_i + z_{i+1})}{2}$$

Hitungan integrasi $\int_0^{20} u \, dz$ dengan ketiga metode tersebut disajikan pada tabel di bawah ini.

Titik ukur	Elevasi z (m)	Kecepatan u (knot)	Selang jarak z (m)	$\int u \, dz$	Metode
0	2	1.1			
1	3	1.2	1	1.15	Trapezium
2	4.5	1.3	1.5		
3	6	1.5	1.5	3.95	Simpson 1/3
4	7	1.7	1		
5	8	2	1	3.4333	Simpson 1/3
6	9.5	3	1.5		
7	11	4.4	1.5	9.2	Simpson 1/3
8	12	5.5	1		
9	13	6.6	1		
10	14	7.4	1	18.0375	Simpson 3/8
11	15.5	8.2	1.5		
12	17	8.6	1.5	24.4	Simpson 1/3
13	18	8.8	1		
14	19	8.9	1		
15	20	9	1	26.5125	Simpson 3/8
Jumlah				86.6833	

Dengan demikian, kecepatan rata-rata adalah:

$$U = \frac{1}{\Delta z} \int_{z_0}^{z_n} u \, dz = \frac{1}{(20-2)} \int_0^{20} u \, dz = \frac{1}{18} (86.6833) = 4.8157 \text{ knot.}$$

-o0o-