



Universitas Gadjah Mada

Fakultas Teknik

Departemen Teknik Sipil dan Lingkungan

INFERENSI STATISTIS: UJI HIPOTESIS

Statistika dan Probabilitas

Uji Hipotesis

2

- ❑ Model Matematis vs Pengukuran
 - ❑ komparasi garis teoretik (prediksi menurut model) dan data pengukuran
 - ❑ jika prediksi model sesuai dengan data pengukuran, maka model diterima
 - ❑ jika prediksi model menyimpang dari data pengukuran, maka model ditolak
- ❑ Dalam sejumlah kasus, yang terjadi adalah
 - ❑ hasil komparasi prediksi model dan data pengukuran tidak cukup jelas untuk menyatakan bahwa model diterima atau ditolak
 - ❑ uji hipotesis sebagai alat analisis dalam komparasi tersebut

Prosedur Uji Hipotesis

3

- ❑ Rumuskan hipotesis
- ❑ Rumuskan hipotesis alternatif
- ❑ Tetapkan statistika uji
- ❑ Tetapkan distribusi statistika uji
- ❑ Tentukan nilai kritik sebagai batas statistika uji harus ditolak
- ❑ Kumpulkan data untuk menyusun statistika uji
- ❑ Kontrol posisi statistika uji terhadap nilai kritik

Kemungkinan Melakukan Kesalahan

4

Keputusan	Keadaan nyata	
	Hipotesis benar	Hipotesis salah
Menerima H_0	Tidak salah	Kesalahan tipe II $\rightarrow \beta$
Menolak H_0	Kesalahan tipe I $\rightarrow \alpha$	Tidak salah

α adalah probabilitas melakukan kesalahan tipe I

β adalah probabilitas melakukan kesalahan tipe II

} α dan β diinginkan bernilai kecil
 α lebih penting daripada β

Notasi

5

H_0 = hipotesis (yang diuji)

H_1 = hipotesis alternatif → notasi lain yang kadang dipakai: H_a

$1 - \alpha$ = tingkat keyakinan (*confidence level*)

Uji Hipotesis Nilai Rerata

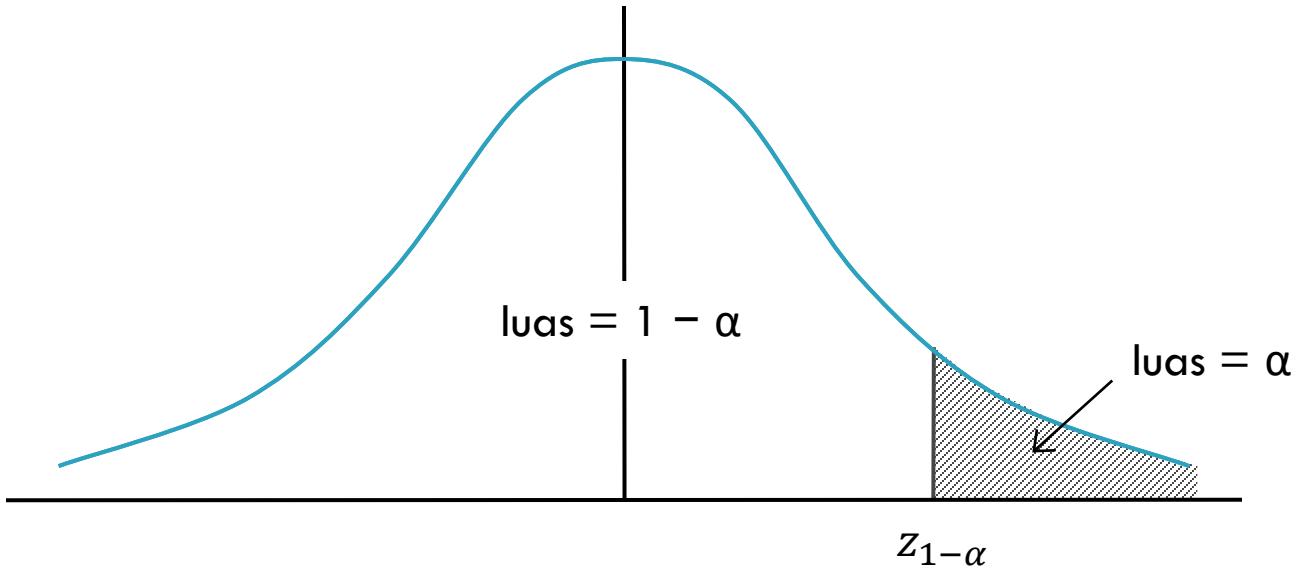
6

$$\begin{array}{ll} H_0: \mu = \mu_1 & \left.\right\} \text{Distribusi Normal} \\ H_1: \mu = \mu_2 & \left.\right\} \sigma_x^2 \text{ diketahui} \end{array}$$

Statistik uji: $Z = \frac{\sqrt{n}}{\sigma_X} (\bar{X} - \mu_1)$ berdistribusi normal

Jika $\mu_1 > \mu_2$: H_0 ditolak jika $\bar{X} \leq \mu_1 - z_{1-\alpha} \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \Rightarrow Z \leq -z_{1-\alpha}$

Jika $\mu_1 < \mu_2$: H_0 ditolak jika $\bar{X} \leq \mu_1 + z_{1-\alpha} \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \Rightarrow Z \geq z_{1-\alpha}$

 $z_{1-\alpha}$

$$\text{prob}(Z \geq z_{1-\alpha}) = \alpha$$

Uji Hipotesis Nilai Rerata

8

$$\begin{array}{l} H_0: \mu = \mu_1 \\ H_1: \mu = \mu_2 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Distribusi Normal} \\ \sigma_x^2 \text{ tidak diketahui} \end{array} \right\}$$

Statistik uji: $T = \frac{\sqrt{n}}{s_X} (\bar{X} - \mu_1)$ berdistribusi t

$$H_0 \text{ ditolak jika: } \bar{X} \leq \mu_1 - t_{1-\alpha, n-1} \frac{s_X}{\sqrt{n}} \Rightarrow T \leq -t_{1-\alpha, n-1} \quad \text{jika } \mu_1 > \mu_2$$

$$\bar{X} \geq \mu_1 + t_{1-\alpha, n-1} \frac{s_X}{\sqrt{n}} \Rightarrow T \geq -t_{1-\alpha, n-1} \quad \text{jika } \mu_1 < \mu_2$$

Uji Hipotesis Nilai Rerata

9

$$\left. \begin{array}{l} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu \neq \mu_0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Distribusi Normal} \\ \sigma_x^2 \text{ diketahui} \end{array}$$

Statistik uji: $Z = \frac{\sqrt{n}}{\sigma_X} (\bar{X} - \mu_0)$ berdistribusi normal

$$H_0 \text{ ditolak jika: } |Z| = \left| \frac{\sqrt{n}}{\sigma_X} (\bar{X} - \mu_0) \right| > z_{1-\alpha}$$

Uji Hipotesis Nilai Rerata

10

$$\begin{array}{l} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu \neq \mu_0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Distribusi Normal} \\ \sigma_x^2 \text{ tidak diketahui} \end{array} \right\}$$

Statistik uji: $T = \frac{\sqrt{n}}{s_X} (\bar{X} - \mu_0)$ berdistribusi t

H_0 ditolak jika: $|T| = \left| \frac{\sqrt{n}}{s_X} (\bar{X} - \mu_0) \right| > t_{1-\alpha/2, n-1}$

Uji Hipotesis Nilai Rerata

11

- Hasil uji hipotesis adalah
 - menolak H_0 atau
 - tidak menolak H_0
- Artinya
 - $H_0: \mu = \mu_0$
 - Tidak menolak $H_0 \rightarrow$ “menerima” H_0 berarti bahwa μ tidak berbeda secara signifikan dengan μ_0
 - Tetapi tidak dikatakan bahwa μ benar-benar sama dengan μ_0 karena kita tidak membuktikan bahwa $\mu = \mu_0$

Uji hipotesis beda nilai rerata dua buah distribusi normal

12

$$\begin{aligned} H_0: \mu_1 - \mu_2 &= \delta \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 &\neq \delta \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Distribusi Normal} \\ \sigma_{x_1}^2 \text{ dan } \sigma_{x_2}^2 \text{ diketahui} \end{array} \right\}$$

Statistik uji: $Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta)}{(\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2)^{1/2}}$ berdistribusi normal

H_0 ditolak jika: $|Z| = \left| \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta)}{(\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2)^{1/2}} \right| > z_{1-\alpha}$

Uji hipotesis beda nilai rerata dua buah distribusi normal

13

$$\begin{array}{l} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Distribusi Normal} \\ \sigma_{x_1}^2 \text{ dan } \sigma_{x_2}^2 \text{ tidak diketahui} \end{array} \right\}$$

Statistik uji: $T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta)}{\sqrt{\frac{(n_1 + n_2)[(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2]}{[n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)]}}}$

berdistribusi t dengan
 $(n_1 + n_2 - 2)$ degrees of freedom

$$H_0 \text{ ditolak jika: } |T| > t_{1-\alpha/2, n_1+n_2-2}$$

Uji Hipotesis Nilai Varians

14

$$\left. \begin{array}{l} H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{array} \right\} \text{Distribusi Normal}$$

Statistik uji: $\chi_c^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sigma_0^2}$ berdistribusi chi-kuadrat

H_0 diterima (tidak ditolak) jika: $\chi_{\alpha/2, n-1}^2 < \chi_c^2 < \chi_{1-\alpha/2, n-1}^2$

Uji Hipotesis Nilai Varians

15

$$\begin{array}{l} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{array} \quad \left. \right\} \text{2 Distribusi Normal}$$

Statistik uji: $F_c = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ berdistribusi F dengan (n_1-1) dan (n_2-1) degrees of freedom
dan $s_1^2 > s_2^2$

H_0 ditolak jika: $F_c > F_{1-\alpha, n_1-1, n_2-1}$

Uji Hipotesis Nilai Varian

16

$$\begin{aligned} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \neq \cdots \neq \sigma_k^2 \end{aligned} \quad \left. \right\} \text{Distribusi Normal}$$

Statistik uji: Q/h berdistribusi chi-kuadrat dengan $(k - 1)$ degrees of freedom

$$\begin{aligned} Q &= \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \ln \left[\sum_{i=1}^k \frac{(n_i - 1)s_i^2}{N - k} \right] - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \ln s_i^2 \\ h &= 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left[\sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{n_i - 1} \right) - \frac{1}{N - k} \right] \\ N &= \sum_{i=1}^k n_i \end{aligned} \quad \left. \right\} \begin{aligned} H_0 \text{ ditolak jika:} \\ Q/h > \chi^2_{1-\alpha, k-1} \end{aligned}$$

Terima kasih