

UJIAN AKHIR SEMESTER METODE NUMERIS I

KAMIS, 27 JUNI 2019 | *OPEN BOOK* | TIDAK BOLEH MEMAKAI KOMPUTER | 150 MENIT

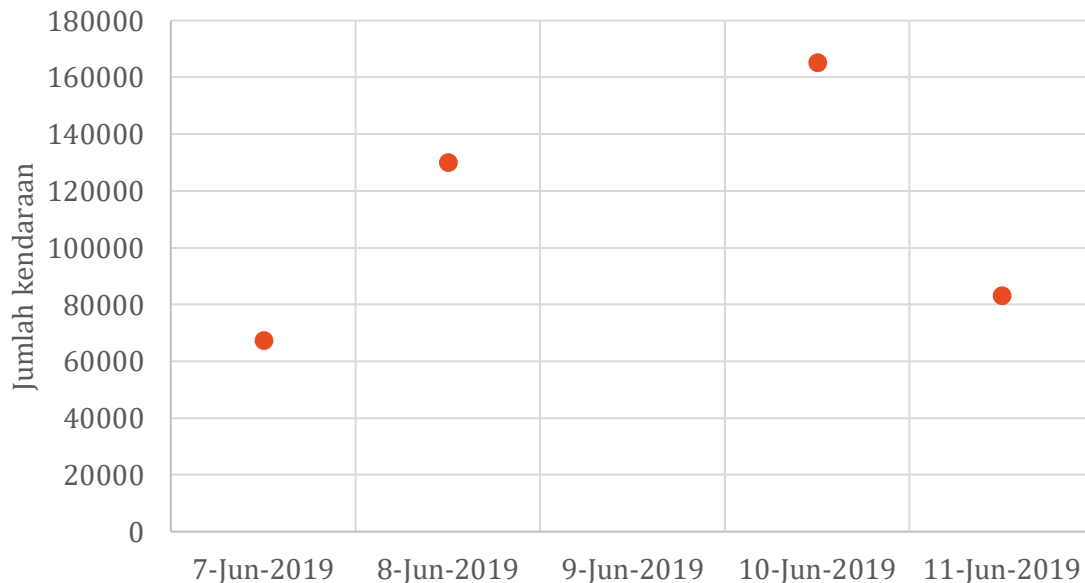
PETUNJUK

1. Saudara boleh membuka buku, tetapi tidak boleh menggunakan komputer untuk mengerjakan soal ujian ini.
2. Saudara boleh mengerjakan 4 dari 7 soal yang disediakan.

SOAL 1: INTERPOLASI [CP: A.1, A.2, A.3, K.1; BOBOT NILAI: 25%]

Tabel dan gambar di bawah ini adalah sajian data arus balik mudik di salah satu pintu tol.

Tanggal	7 Juni 2019	8 Juni 2019	9 Juni 2019	10 Juni 2019	11 Juni 2019
Jumlah kendaraan	67345	130125	data hilang	165342	83287



Perkirakan volume kendaraan yang lewat pada tanggal 9 Juni 2019 dengan dua cara interpolasi polinomial kuadrat. Setelah data tanggal 9 Juni 2019 ditemukan, ternyata jumlah kendaraan pada tanggal itu adalah 166574. Tunjukkan kesalahan relatif dua hasil interpolasi yang telah Saudara hitung.

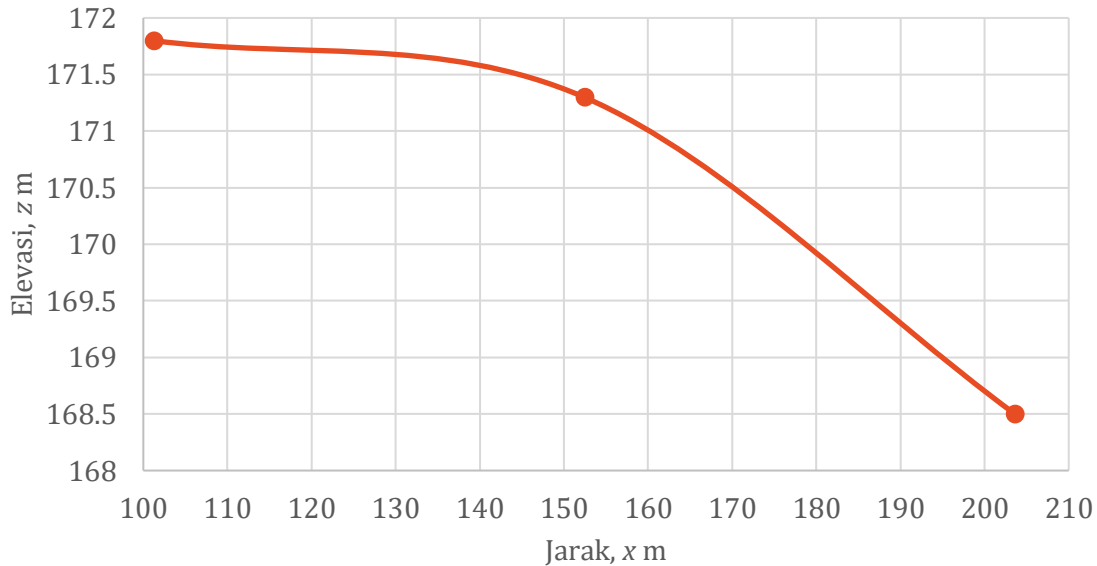
SOAL 2: DIFERENSI DAN INTEGRASI NUMERIS [CP: A.1, A.2, A.3, K.1; BOBOT NILAI: 25%]

Tabel dan gambar di bawah ini adalah profil muka tanah.

Jarak, x m	101.2	152.4	203.6
Elevasi, z m	171.8	171.3	168.5

- a. Hitung dan temukan kemiringan elevasi muka tanah pada jarak $x = 152.4$ m dengan pendekatan beda hingga skema diferensi tengah dan dengan pendekatan fungsi interpolasi derajat 2, misal metode Newton atau Lagrange, yang disusun berdasar 3 pasang data yang tersedia. Berapakah selisih hasil kedua cara tersebut (dengan akurasi 4 angka di belakang koma)?
- b. Jika permukaan tanah dari $x = 101.2$ m sampai 203.6 m akan dikeruk untuk saluran irigasi sampai elevasi $+168.2$ m, tampang persegi panjang, lebar 3 m, hitung dan

- temukan volume tanah galian dengan metode trapesium pada pias $x[101.2,152.4]$ dan pias $x[152.4,203.6]$, kemudian jumlahkan volume dua pias tersebut.
- c. Hitung dan temukan volume tanah galian sepanjang ruas $x[101.2,203.6]$ dengan metode *Gauss Quadrature* 2 titik sampel dengan persamaan kurva permukaan tanah sebagai berikut: $z = -0.0004387x^2 + 0.1014862x + 166.0224$.



SOAL 3: SYARAT AWAL, INITIAL CONDITION [CP: A.1, A.2, A.3, K.1; BOBOT NILAI: 25%]

Seorang penerjun payung melompat dari tebing vertikal. Kecepatan gerak jatuh, w , sebelum payung dikembangkan mengikuti persamaan berikut ini.

$$\frac{dw}{dt} + aw = b$$

Dalam persamaan tersebut, diketahui $a = 0.06 /s$, $b = 9.75 \text{ m/s}^2$, dan pada saat $t = 0 \text{ s}$, kecepatan $w = 0 \text{ m/s}$.

Gunakan metode Euler dan metode Heun untuk mendapatkan kecepatan jatuh penerjun pada saat $t = 50 \text{ s}$. Gunakan langkah waktu $\Delta t = 10 \text{ s}$. Tunjukkan kesalahan relatifnya terhadap solusi analitik $w = b/a (1 - e^{-at})$ pada $t = 50 \text{ s}$.

SOAL 4: SYARAT AWAL, INITIAL CONDITION [CP: A.1, A.2, A.3, K.1; BOBOT NILAI: 25%]

Kerjakan Soal 3 dengan dua metode Runge-Kutta (RK). Saudara boleh memilih dua di antara metode *second-order* RK, *third-order* RK, *fourth-order* RK.

SOAL 5: SYARAT BATAS, BOUNDARY CONDITION [CP: A.1, A.2, A.3, K.1; BOBOT NILAI: 25%]

Di bawah ini adalah persamaan diferensial parsial parabolik yang mendeskripsikan aliran air tanah tak tertekan.

$$k \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2} = -q_r$$

Persamaan berlaku dalam domain rentang jarak $0 \text{ m} \leq x \leq 30 \text{ m}$. Diketahui nilai h di batas domain sebagai berikut: $h(0) = 2 \text{ m}$ dan $h(30) = 8 \text{ m}$. Diketahui pula $k = 0.0012 \text{ m/s}$ dan $q_r = 0.00308 \text{ m/s}$.

Gunakan teknik beda hingga untuk mendekati penyelesaian persamaan diferensial parsial tersebut dalam rentang $x = 0 \text{ m}$ sampai $x = 30 \text{ m}$. Gunakan langkah jarak $\Delta x = 10 \text{ m}$.

SOAL 6: PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL [CP: A.1, A.2, A.3, K.1; BOBOT NILAI: 25%]

Hitung **atau** tulis program komputer (*macro*) untuk menyelesaikan persamaan diferensial berikut ini dengan metode beda hingga skema *Forward Time Central Space*.

$$2n \frac{\partial h}{\partial t} = k \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2} + q_r - Q_p$$

Domain hitungan pada $x[0,20]$ dan $t[0,100]$. Gunakan $\Delta t = 2$ s dan $\Delta x = 1$ m. Diketahui, $n = 0.4$, $k = 0.0018$, $q_r = 0.0004$ berlaku pada $t \geq 0$ s, dan $Q_p = 0.001$ di $x = 8$ m, berlaku pada $t \geq 32$ s. Syarat batas: $h(0,t) = h(20,t) = 15$ m. Syarat awal: $h(x,0) = 15$ m. Program menuliskan hasil hitungan, $h(t_n, x_i)$, untuk $t = 30, 50, 80, 100$ s.

SOAL 7: PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL [CP: A.1, A.2, A.3; BOBOT NILAI: 25%]




Persebaran polutan dalam medium air di saluran terbuka yang dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = 0$$

Dalam persamaan di atas, C adalah konsentrasi polutan dalam aliran, U adalah kecepatan aliran, t adalah waktu, dan x adalah jarak searah aliran.

Gunakan metode beda-hingga skema eksplisit untuk menghitung konsentrasi $C(x, t)$. Kecepatan aliran adalah konstan, $U = 0.5$ m/s, panjang saluran 500 m. Gunakan langkah jarak $\Delta x = 100$ m dan langkah waktu $\Delta t = 100$ s. Pada waktu $t = 0$ s, konsentrasi di sepanjang saluran adalah nol, $C(x, 0) = 0$. Konsentrasi polutan di batas hulu saluran adalah $C(0, t) = 1$ dan di batas hilir saluran adalah $C(500, t) = 0$. Hitungan dilakukan sampai langkah waktu ke-4, $t = 400$ s.

-o0o-

Dibuat oleh Dosen Pengampu Kelas A	Diperiksa oleh Koordinator Mata Kuliah	Disetujui oleh Kaprodi S1 Teknik Sipil
Prof. Bambang Triatmodjo Kelas B 		
Dr. Istiarto Kelas C 	Adam Pamudji R., Ph.D.	Dr. Rachmad Jayadi