

## Ujian Tengah Semester Solusi Numerik Persamaan Diferensial

Jumat, 7 Oktober 2022, 13.30-15.30 WIB (open book, open laptop)

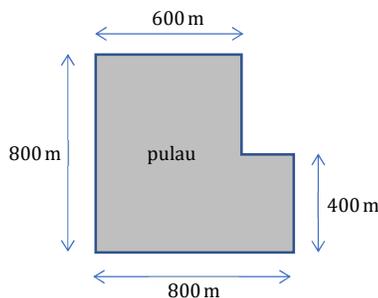
Tuliskan jawaban Saudara di lembar jawaban dengan tulisan yang rapi dan mudah dibaca. Jika hitungan dilakukan secara iterasi, tuliskan (salin) baris-baris awal dan akhir tabel hitungan.

### Soal 1: Metode Beda Hingga (cp: a1, a2, a3, k1; bobot 50%)

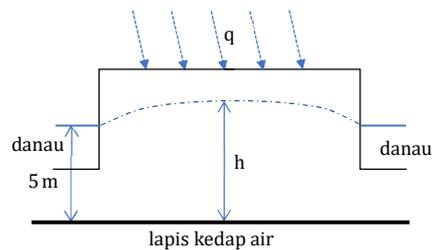
Persamaan tebal akuifer,  $h$ , disederhanakan menjadi

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = q$$

dengan  $x$  dan  $y$  adalah koordinat arah timur dan utara,  $w = h^2$ , dan  $q$  adalah konstanta sumber (*source*) atau hisap (*sink*) yang juga dapat merupakan fungsi  $x$  dan  $y$ . Susun penyelesaian PDP (persamaan diferensial parsial) tersebut dengan menggunakan metode beda hingga untuk tebal akuifer di sebuah pulau di tengah-tengah danau dan di atas lapis kedap air horizontal. Bentuk pulau seperti gambar di bawah. Batas keliling daerah hitungan adalah elevasi muka air danau setinggi 5 m di atas muka lapis kedap air. Dimensi pulau dapat dilihat pada gambar. Gunakan panjang pias seragam,  $\Delta x = \Delta y = 100$  m, dan  $q = -0,001$ . Penyelesaian persamaan diskret menggunakan metode iterasi dan boleh memakai bantuan aplikasi *spreadsheet* di komputer.



Denah (Tampak Atas)



Potongan (Tampak Samping)

### Soal 2: Metode Volume Hingga (cp: a1, a2, a3, k1; bobot 50%)

Di suatu muara sungai yang memiliki tampang hampir seragam, dinamika intrusi air asin ke hulu dapat didekati dengan persamaan

$$U \frac{\partial c}{\partial x} - k \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = 0$$

Dalam persamaan di atas,  $c$  adalah konsentrasi garam dalam satuan ppm. Syarat batas (*boundary conditions*) di hulu ( $x = 0$  m) adalah  $c(0) = 0$  ppm dan di hilir ( $x = 10.000$  m) adalah  $c(10.000) = 35$  ppm. Kecepatan aliran dan koefisien difusi diketahui, yaitu  $U = 1,12$  m/s dan  $k = 1.600$  m<sup>2</sup>/s. Lebar sungai adalah 98 m dan kedalaman aliran 8,1 m. Gunakan skema *upwind* untuk melakukan interpolasi nilai  $c$  di batas atau sisi sel (*control volume*) dan ukuran sel  $\Delta x = 1.000$  m. Hitung dan gambarkan konsentrasi garam di sepanjang 10.000 m muara sungai.

Program Studi Teknik Sipil DTSL FT UGM

Dosen		Koordinator Mata Kuliah	Kaprodik Teknik Sipil DTSL FT UGM
Kelas A	Kelas B dan C		
			
Adam Pamudji R.	Istiarto	Istiarto	M. Zudhy Irawan