



UJIAN TENGAH SEMESTER SOLUSI NUMERIK PERSAMAAN DIFERENSIAL

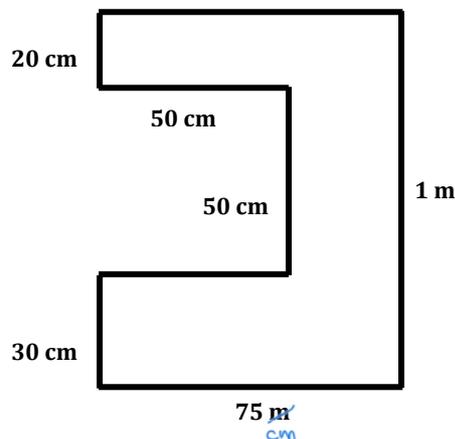
Jumat, 4 Oktober 2024 | 13.30—15.30 (120 menit)

Dosen Penguji: Neil Andika, Ph.D. (Kelas A), Dr. Istiarto (Kelas B, C)

- Tidak boleh membuka buku/catatan.
- Tidak Boleh memakai komputer (*laptop*).
- Boleh memakai kalkulator.
- Tulisan di lembar jawab soal harus dapat dan mudah kami baca.

Soal 1: CP a1, a2, a3, k1 (bobot nilai 50%)

Persamaan lendutan pelat disederhanakan menjadi:



dimana

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = q$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{w_{i+1,j} - 2w_{i,j} + w_{i-1,j}}{\Delta x^2}$$
$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{w_{i,j+1} - 2w_{i,j} + w_{i,j-1}}{\Delta y^2}$$

Dengan x dan y adalah koordinat arah timur dan utara, w adalah lendutan (dalam cm), dan q adalah konstan. Susun penyelesaian persamaan diferensial parsial tersebut dengan menggunakan metode beda hingga untuk kasus pelat dengan bentuk dan dimensi seperti gambar di samping. Batas keliling pelat dianggap sendi. Nilai $q = 5$. Susunlah persamaan diskretisasi untuk seluruh titik diskret interior pada kasus tersebut dengan nilai Δx dan Δy **maksimal** adalah 10 cm.



Soal 2: CP a1, a2, a3, k1 (bobot nilai 50%)

Di suatu muara sungai yang memiliki tampang hampir seragam, dinamika intrusi air asin ke hulu dapat didekati dengan persamaan

$$U \frac{\partial c}{\partial x} - k \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = 0$$

Dalam persamaan di atas, c adalah konsentrasi garam dalam satuan ppm. Syarat batas (*boundary conditions*) di hulu adalah $c(x = 0) = 0$ ppm dan syarat batas di hilir adalah $c(x = 10000) = 40$ ppm. Kecepatan aliran seragam di sepanjang ruas sungai, yaitu $U = 0.6$ m/s. Koefisien difusi diketahui, yaitu $k = 900$ m²/s. Lebar sungai adalah 120 m dan kedalaman aliran 2.5 m. Gunakan skema *hybrid difference* untuk melakukan interpolasi nilai c di sisi volume kontrol. Ruas sungai 10000 m dibagi menjadi 13 volume kontrol yang berukuran tak seragam sbb.

volume kontrol	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Δx (m)	500	600	700	800	900	1000	1000	1000	900	800	700	600	500

- ~~a. Tuliskan persamaan diskret dinamika intrusi air asin menurut metode volume hingga.~~
- b. Tuliskan persamaan diskret di setiap volume kontrol.
- c. Lakukan langkah hitung secara iteratif, setidaknya 2 langkah iterasi.

Catatan. ~~Soal a dapat dihapus dan malah dituliskan dalam soal sbg bantuan. Di bagian bawah lembar soal ditambahkan tulisan sbb.~~

Persamaan transpor konvektif-difusif di suatu volume kontrol

$$[(u_e S_e) \phi_e - (u_w S_w) \phi_w] - \left[\Gamma_e \left(\frac{d\phi}{dx} \right)_e S_e - \Gamma_w \left(\frac{d\phi}{dx} \right)_w S_w \right] = \bar{R} \Delta V$$

Angka Peclet

$$Pe = \frac{uS}{\Gamma S / \Delta x}$$

Hybrid difference menggunakan Angka Peclet -2 dan 2.

Dosen Penguji		Koordinator	Kaprodi Teknik Sipil
Kelas A	Kelas B dan C	Mata Kuliah	Program Sarjana
Neil Andika, Ph.D.	Dr. Istiarto	Prof. Bambang Suhendro	Karlina, Ph.D.