

# Degradasi dan Agradasi Dasar Sungai

Persamaan Saint Venant - Exner  
Model Parabolik

## Acuan Utama

Graf and Altinakar, 1998, *Fluvial Hydraulics*: Chapter 6, pp. 358–370,  
J. Wiley and Sons, Ltd., Sussex, England.

# Degradasi dan Agradasi

## ■ Degradasi

- terjadi apabila debit solid yang datang lebih kecil daripada kemampuan transpor sedimen
- dasar sungai tererosi
- dasar sungai turun

## ■ Agradasi

- debit solid lebih besar daripada kemampuan transpor sedimen
- terjadi deposisi sedimen
- dasar sungai naik

# Degradasi dan Agradasi

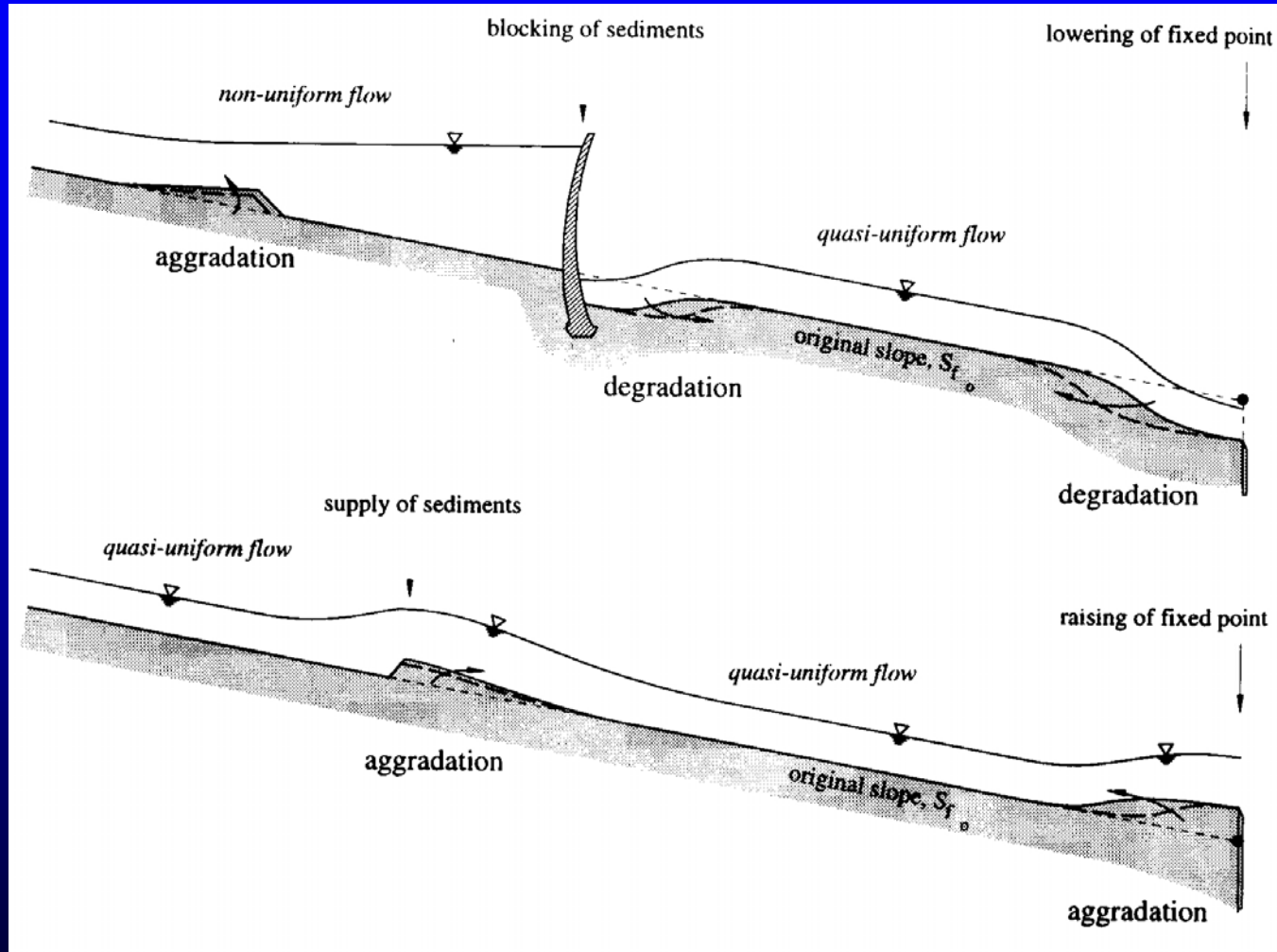
## ■ Beberapa contoh degradasi

- pasokan sedimen (solid discharge) dari hulu berhenti atau berkurang
- debit aliran (air) bertambah
- penurunan dasar sungai di suatu titik di hilir

## ■ Beberapa contoh agradasi

- pasokan sedimen (solid discharge) dari hulu bertambah
- debit aliran (air) berkurang
- kenaikan dasar sungai di suatu titik di hilir

# Degradasi dan Agradasi



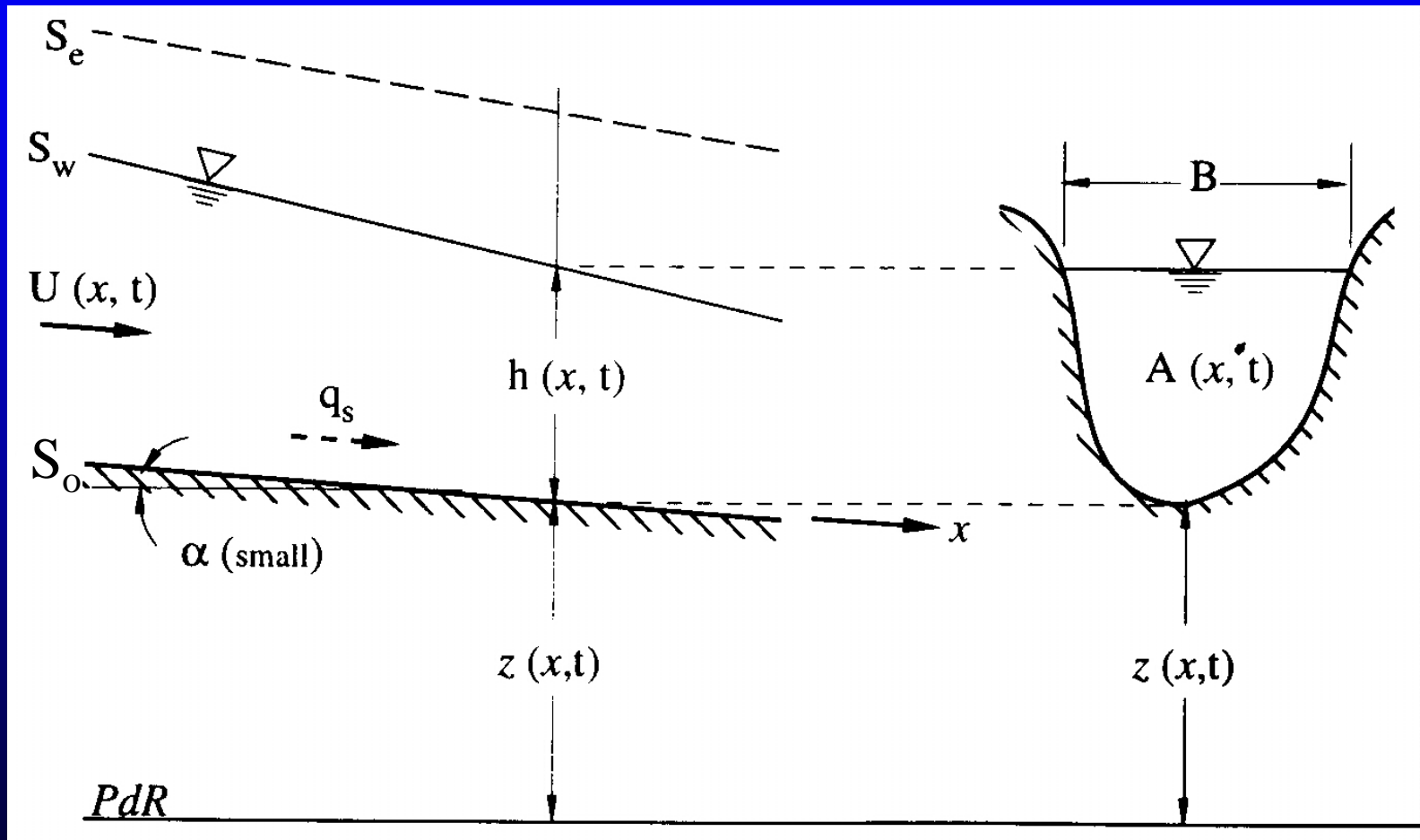
# Pemahaman Degradasi dan Agradasi

- Proses
  - merupakan proses jangka panjang evolusi dasar sungai,  $z(x,t)$
  - aliran sungai pada awal dan akhir proses berupa aliran permanen dan seragam (*steady and uniform flow*)
  - selama proses, aliran sungai berupa aliran permanen semu (*quasi-unsteady*) dan tak-seragam (*nonuniform*)
- Asumsi untuk penyederhanaan
  - aliran *quasi-uniform*,  $\partial U/\partial x = 0$
  - shg dapat dipakai **model parabolik**, yang memungkinkan dilakukannya penyelesaian analitik

# Metode Analisis Degradasi dan Agradasi

- Model parabolik
  - didasarkan pada persamaan Saint-Venant – Exner, dengan beberapa penyederhanaan
    - » aliran dengan Angka Froude kecil,  $Fr < 0,6$
    - » aliran *quasi-steady*
    - » aliran *quasi-uniform*
    - » tinjauan hanya untuk jarak  $x$  yang panjang dan waktu  $t$  yang lama

# Persamaan Saint-Venant – Exner



# Persamaan Saint-Venant – Exner

## ■ Persamaan Saint-Venant

- aliran permanen tak-seragam
- saluran prismatic
- kemiringan dasar kecil
- dasar tetap (*fixed bed*)

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

- pers. kontinuitas  
untuk  $B = \text{konstan}$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = -g S_e$$

- pers. momentum

- kemiringan garis energi,  $S_e$ , ditetapkan berdasarkan aliran seragam dan koefisien kekasaran,  $f$ , untuk dasar mobil (*mobile bed*)

$$S_e = f(f, U, h)$$



# Persamaan Saint-Venant – Exner

## ■ Persamaan Exner

- dasar saluran bergerak (*mobile bed*)
- variasi dasar saluran dinyatakan dengan persamaan berikut

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -a_E \frac{\partial U}{\partial x}$$

$a_E$  = koefisien erosi

- yang dapat dituliskan dalam bentuk persamaan kontinuitas aliran partikel solid (*solid phase*)

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-p} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\tilde{C}_s h) + \frac{\partial}{\partial x} (C_s U h) \right] \cong \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-p} \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0$$

# Persamaan Saint-Venant – Exner

- dalam persamaan tersebut:
  - »  $p$  = porositas, rasio antara volume rongga udara yang terisi air dengan volume total
  - »  $C_s$  = konsentrasi, rasio antara volume bagian padat (*solid*) dengan volume total campuran (*mixture*)
  - »  $q_s$  = debit solid per satuan lebar
- debit solid,  $q_s$ , umumnya dianggap merupakan fungsi debit air,  $q$ , menurut suatu hubungan tertentu

$$q_s = f(U, h, \text{sedimen})$$

# Persamaan Saint-Venant – Exner

$$1. \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

$$2. \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = -g S_e$$

$$3. S_e = f(f, U, h)$$

$$4. \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-p} \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0$$

$$5. q_s = f(U, h, \text{sedimen})$$

## ■ Unknowns:

- $U(x,t)$  = kecepatan rata-rata aliran campuran air+sedimen
- $h(x,t)$  = kedalaman aliran campuran air+sedimen
- $z(x,t)$  = elevasi dasar sungai
- $S_e$  = kemiringan garis energi → persamaan empirik
- $q_s$  = debit bagian padat → persamaan empirik

## ■ Independent variables

- $x$  = jarak, posisi
- $t$  = waktu

# Persamaan Saint-Venant – Exner

- Kaitan antara bagian cair dan bagian padat
  - Pers. 1, 2, 3 → aliran air (+sedimen) melalui dasar mobil
  - Pers. 4, 5 → transpor sedimen (erosi dan deposisi)
  - Coupling → secara *implicit* melalui persamaan 3 dan 5 (persamaan semi-empirik)
- Prosedur penyelesaian
  - Pers. 1, 2 → untuk mendapatkan kecepatan dan kedalaman aliran,  $U$  dan  $h$
  - Pers. 4 → untuk mendapatkan variasi dasar sungai,  $z$

# Persamaan Saint-Venant – Exner

- Persamaan-persamaan Saint-Venant – Exner dapat dikaitkan secara langsung (*explicit coupling*) apabila persamaan kontinuitas bagian cair (Pers. 1) dituliskan dalam bentuk sbb.

1a. 
$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Uh) = 0$$

- Persamaan-persamaan Saint-Venant – Exner dengan demikian dapat diselesaikan secara simultan karena  $z$  muncul dalam persamaan bagian cair maupun bagian padat
- Metode penyelesaian
  - cara analitik → untuk kasus sederhana
  - cara numerik → untuk kasus kompleks

# Penyelesaian Analitik: Model Parabolik

- Persamaan Saint-Venant – Exner
  - hiperbolik
  - non-linear
- Dalam bentuk aslinya, penyelesaian analitik persamaan tsb sulit dilakukan → persamaan tsb perlu disederhanakan
  - aliran dengan Angka Froude kecil
  - aliran permanen (*quasi-steady*)
- Justifikasi:
  - variasi aliran (debit) → fenomena jangka pendek
  - variasi dasar sungai → fenomena jangka panjang
  - shg dalam tinjauan variasi dasar sungai,  $\partial z/\partial t$ , aliran dapat dianggap konstan ( $\partial Uh/\partial t = 0$ )

# Model Parabolik

- Dengan asumsi aliran *quasi-steady*, didapat persamaan:

$$6. \quad \frac{\partial U}{\partial x} \left( U - g \frac{h}{U} \right) + g \frac{\partial z}{\partial x} = -g S_e$$

$$4a. \quad (1 - p) \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

- Kedua persamaan di atas:
  - tak-linear
  - shg tidak dapat dilakukan penyelesaian secara analitik
- Perlu penyederhanaan lebih lanjut
  - linearisasi

# Model Parabolik

- Dengan asumsi aliran *quasi-steady* dan *quasi-uniform*, dari Pers. 6. didapat:

$$7. \quad g \frac{\partial z}{\partial x} = -g S_e = -g \frac{U^2}{C^2 h} = -g \frac{U^3}{C^2 q}$$

- Diferensiasi persamaan di atas thd  $x$  menghasilkan:

$$8. \quad g \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -g \frac{3U^2}{C^2 q} \frac{\partial U}{\partial x} = -g \frac{3U}{C^2 h} \frac{\partial U}{\partial x}$$



# Model Parabolik

- Substitusi  $\partial U/\partial x$  dari Pers. 8 kedalam Pers. 4, diperoleh:

$$9. \quad \frac{\partial z}{\partial t} - K(t) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$$

- dimana  $K(t)$  adalah koefisien (difusi) yang merupakan fungsi waktu dan yang didefinisikan sbb.

$$10. \quad K = \frac{1}{3} \frac{\partial q_s}{\partial U} \frac{1}{(1-p)} \frac{C^2 h}{U}$$

- Persamaan di atas merupakan **model parabolik**, yang berlaku untuk nilai  $x$  dan  $t$  yang besar,  $x > 3R_h/S_e$  dan  $t > (40/30) \cdot \{R_h^2/(S_e \cdot q_s)\}$

# Model Parabolik

- Persamaan koefisien difusi,  $K$ , dapat dituliskan pula dalam bentuk:

$$10a. \quad K = \frac{1}{3} \frac{\partial q_s}{\partial U} \frac{1}{(1-p)} \frac{U}{S_{eo}} \left( \frac{U_o}{U} \right)^2$$

- dengan linearisasi (untuk  $U \cong U_o$ ), didapat:

$$10b. \quad K \equiv K_o = \frac{1}{3} \frac{\partial q_s}{\partial U} \frac{1}{(1-p)} \frac{U_o}{S_{eo}}$$

- dimana index  $o$  menunjuk pada aliran seragam (*uniform*).

# Model Parabolik

- Apabila debit bagian padat dihitung dengan persamaan *power law*, yaitu:

$$q_s = a_s U^{b_s}$$

$a_s$  = koefisien,  $b_s$  = konstanta

- maka

10c. 
$$K \equiv \frac{1}{3} b_s q_s \frac{1}{(1-p)} \frac{1}{S_{eo}}$$

# Model Parabolik

- Persamaan model parabolik variasi dasar sungai:

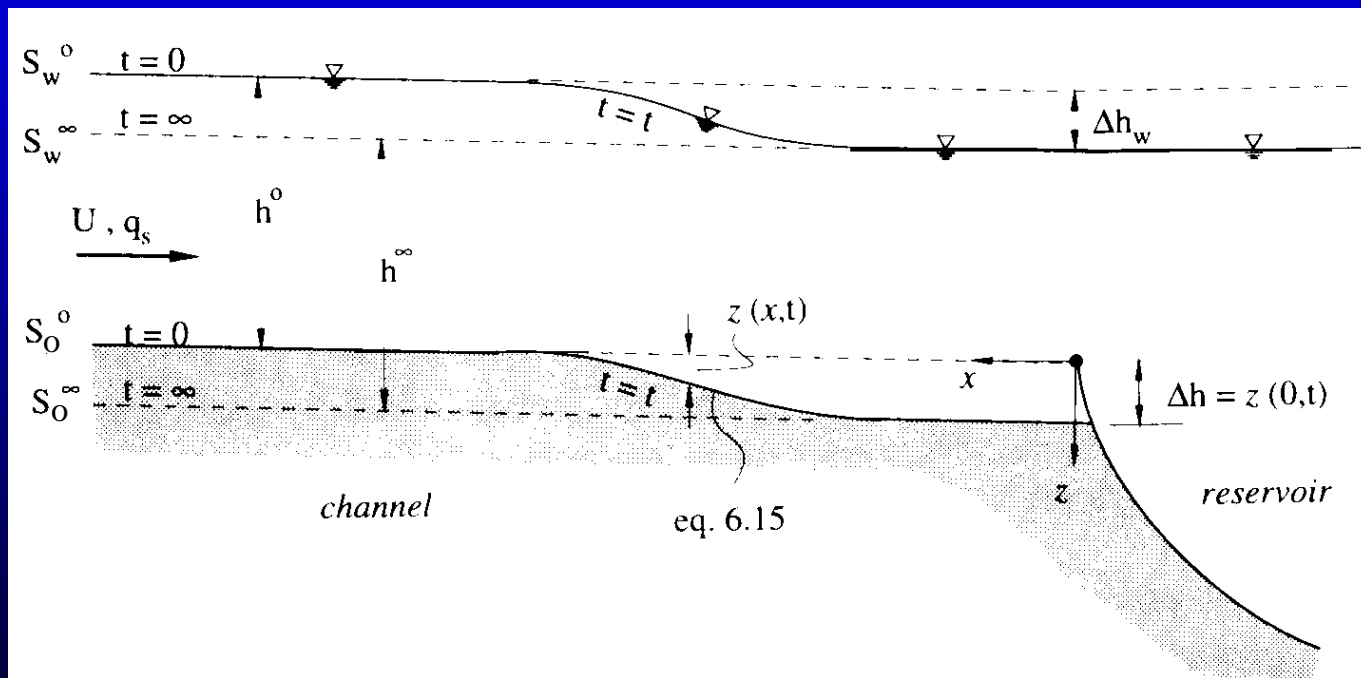
$$9. \quad \frac{\partial z}{\partial t} - K(t) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$$

$$10c. \quad K \equiv \frac{1}{3} b_s q_s \frac{1}{(1-p)} \frac{1}{S_{eo}}$$

- Syarat model parabolik dapat dipakai:
  - aliran quasi-steady
  - aliran quasi-uniform
  - $Fr < 0,6$
  - $x > 3h/S_e$
  - $t > (40/30) \cdot \{R_h^2 / (S_e \cdot q_s)\}$

# Model Degradasi Dasar Sungai

- Penurunan muka air di titik kontrol hilir (reservoir) sebesar  $\Delta h_w$ 
  - dasar sungai di titik kontrol tsb turun sebesar  $\Delta h$
  - dalam jangka panjang, dasar dan muka air sungai di sepanjang sungai akan turun



# Model Degradasi Dasar Sungai

- Aliran dianggap permanen dan seragam
  - model parabolik dapat dipakai
  - karena debit konstan, maka koefisien  $K$  konstan
- Diskripsi matematis
  - Sumbu  $x$ : sepanjang dasar sungai awal, positif ke arah hulu
  - Sumbu  $z$ : variasi dasar sungai relatif terhadap kemiringan dasar sungai awal,  $S_o^0$
  - Syarat awal dan syarat batas

$$z(x,0) = 0; \quad z(0,t) = \Delta h; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} z(x,t) = 0$$

# Model Degradasi Dasar Sungai

- Penyelesaian analitik

$$z(x, t) = \Delta h \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Kt}}\right)$$

- *Complementary error function*, erfc

$$\operatorname{erfc}(Y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_Y^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi$$

$$\operatorname{erfc}(Y) = 1 - \operatorname{erf}(Y)$$

- erfc (dan erf: *error function*) dapat dihitung dengan bantuan tabel matematik, dan tersedia pula dalam MS Excel

# Model Degradasi Dasar Sungai

## ■ Contoh permasalahan

- ingin diketahui, kapan dan dimana, elevasi dasar sungai telah turun menjadi separuh dari elevasi dasar sungai semula:

⇒ turun separuh:  $z/\Delta h = 50\% = 1/2$  ⇒ kapan,  $t_{50\%}$   
⇒ dimana,  $x_{50\%}$

$$\frac{z(x, t)}{\Delta h} = \frac{1}{2} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x_{50\%}}{2\sqrt{K t_{50\%}}}\right) = \operatorname{erfc}(Y)$$

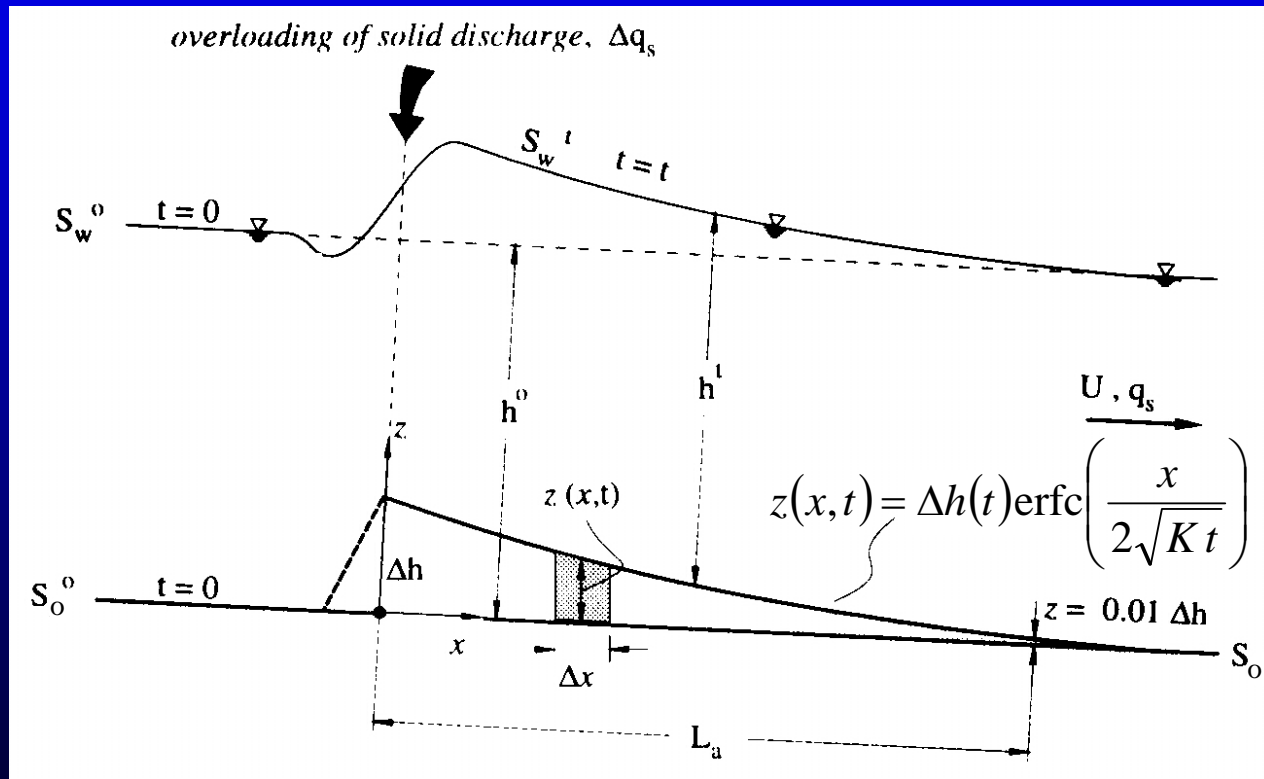
- dari Tabel ataupun dengan MS Excel, didapat  $Y \approx 0,48$
- sehingga didapat hubungan sbb.

$$x_{50\%} = 0,48 \left(2\sqrt{K t_{50\%}}\right) \quad \text{dimana} \quad t_{50\%} \approx x_{50\%}^2 / (0,96^2 K)$$



# Model Agradasi Dasar Sungai

- Kenaikan debit solid di titik kontrol hulu (akibat tanah longsor) sebesar  $\Delta q_s$ 
  - dasar sungai di titik kontrol tsb naik sebesar  $\Delta h$
  - dalam jangka panjang, dasar dan muka air sungai di sepanjang sungai akan naik



# Model Agradasi Dasar Sungai

- Aliran dianggap permanen dan seragam
  - model parabolik dapat dipakai
  - karena debit konstan, maka koefisien  $K$  konstan
- Diskripsi matematis
  - Sumbu  $x$ : sepanjang dasar sungai awal, positif ke arah hilir
  - Sumbu  $z$ : variasi dasar sungai relatif terhadap kemiringan dasar sungai awal,  $S_o^0$
  - Syarat awal dan syarat batas

$$z(x,0) = 0; \quad z(0,t) = \Delta h(t); \quad \lim_{x \rightarrow \infty} z(x,t) = 0$$

# Model Agradasi Dasar Sungai

- Penyelesaian analitik

$$z(x, t) = \Delta h(t) \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{Kt}} \right)$$

- Penyelesaian tsb serupa dengan penyelesaian pada permasalahan degradasi dasar sungai, hanya saja  $\Delta h(t)$  merupakan fungsi waktu
- Koefisien difusi  $K$  dalam penyelesaian tsb merupakan nilai  $K$  pada saat awal,  $K_0$ , jadi tanpa memperhitungkan  $\Delta q_s$  (kenaikan debit solid di titik kontrol hulu)

# Model Agradasi Dasar Sungai

- Panjang ruas sungai yang mengalami agradasi,  $L_a$ 
  - ditetapkan sbg panjang ruas sungai dari titik kontrol hulu sampai titik di mana deposisi mencapai  $z/\Delta h = 0,01$  ( $Y \approx 1,80$ )
  - dihitung dengan persamaan berikut

$$L_a \approx x_{1\%} = 3,65 \sqrt{K t_{1\%}}$$

# Model Agradasi Dasar Sungai

- Volume pasokan debit solid,  $\Delta q_s$ 
  - selama waktu tertentu,  $\Delta t$ , volume debit solid adalah  $\Delta q_s \cdot \Delta t$
  - jumlah tsb terdistribusi di dasar sungai sepanjang  $L_a$
  - dengan demikian didapat hubungan sbb.

$$\Delta q_s \cdot \Delta t = (1 - p) \int_0^{L_a} z \, dx$$

# Model Agradasi Dasar Sungai

- Tinggi (tebal) aggradasi,  $\Delta h$ 
  - dari panjang ruas sungai yang mengalami degradasi,  $L_a$ , dan
  - dari volume debit solid adalah  $\Delta q_s \cdot \Delta t$
  - dapat dihitung tebal aggradasi,  $\Delta h$

$$L_a \approx x_{1\%} = 3,65 \sqrt{K t_{1\%}}$$

dan

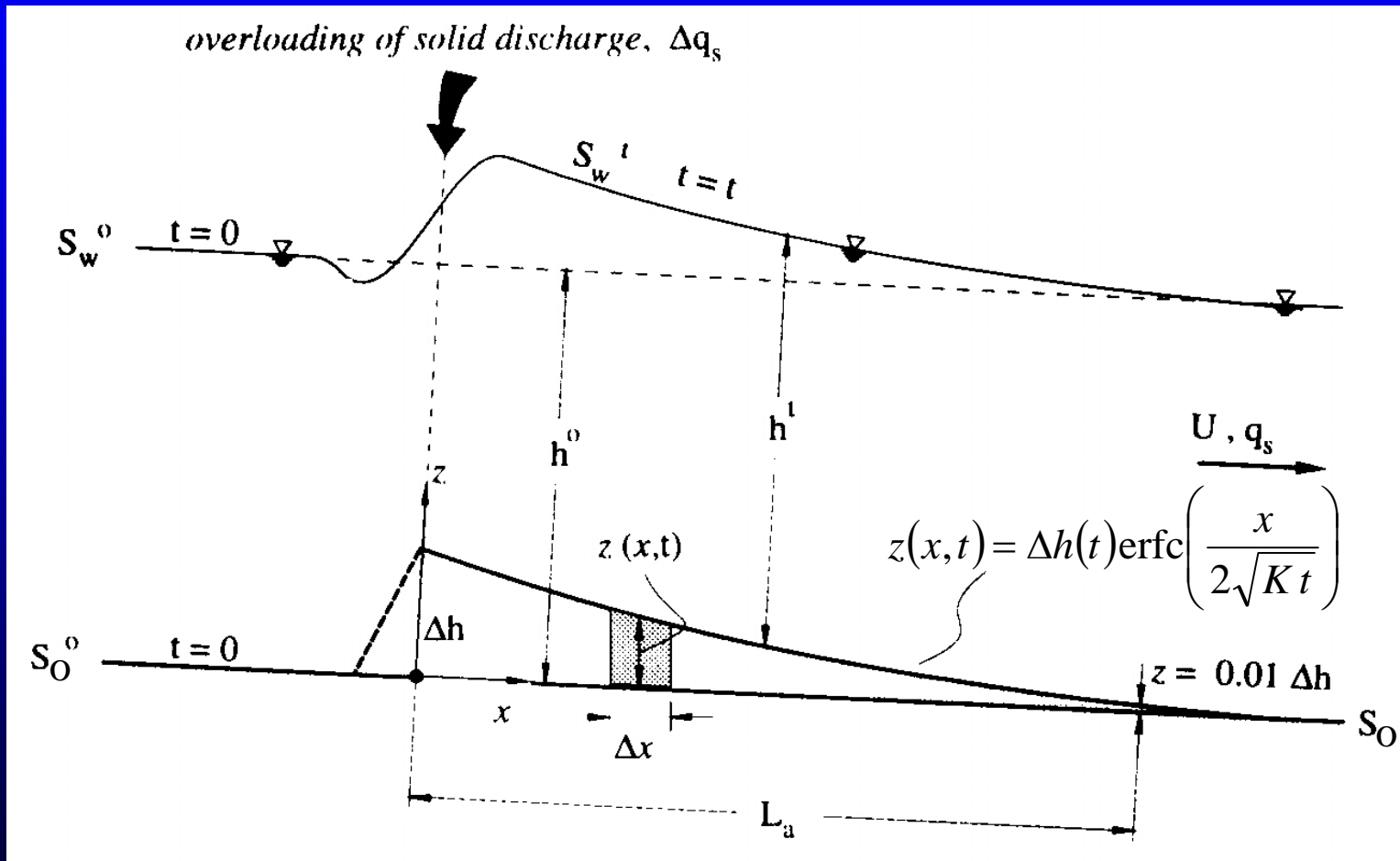
$$\Delta q_s \cdot \Delta t = (1 - p) \int_0^{L_a} z \, dx$$

- Tinggi aggradasi,  $\Delta h$

$$\Delta h(t) = \frac{\Delta q_s \cdot \Delta t}{1,13(1 - p) \sqrt{K \Delta t}}$$

Catatan: tampak bahwa tinggi aggradasi,  $\Delta h$ , merupakan fungsi waktu

# Model Agradasi Dasar Sungai



# erfc(Y)

- Tabel matematik

- Persamaan aproksimatif

- $\text{erfc}(Y) = 1/(1 + a_1Y + a_2Y^2 + a_3Y^3 + a_4Y^4 + a_5Y^5 + a_6Y^6)^{16} + \varepsilon(Y)$

- $|\varepsilon(Y)| \leq 3 \cdot 10^{-7}$

- $a_1 = 0,0705230784$        $a_2 = 0,0422820123$        $a_3 = 0,0092705272$

- $a_4 = 0,0001520143$        $a_5 = 0,0002765672$        $a_6 = 0,0000430638$

- MS Excel

- erfc(...)



# Debit Solid (Transpor Sedimen)

- Debit solid,  $q_s$ 
  - adalah transpor sedimen total, terdiri dari bed load,  $q_{sb}$ , suspended load,  $q_{ss}$ , (dan wash load,  $q_{sw}$ )  
$$q_s = q_{sb} + q_{ss} (+ q_{sw})$$
  - kadang-kadang hanya ditinjau bed load,  $q_{sb}$
- Debit solid dihitung dengan persamaan empirik, misal:
  - Schoklitsch
  - Meyer-Peter, et al.
  - Einstein
  - Graf

# Debit Solid (Transpor Sedimen)

- Schoklitch (*bed load*)

$$q_{sb} = \frac{2,5}{s_s} S_e^{3/2} (q - q_{cr})$$

$q$  = debit air+sedimen

$q_{cr}$  = debit kritik, menunjukkan awal gerak butir sedimen

$$q_{cr} = 0,26 (s_s - 1)^{5/3} d_{40}^{3/2} / S_e^{7/6}$$

# Debit Solid (Transpor Sedimen)

- Meyer-Peter, et al. (*bed load*)

$$q_{sb} = \frac{1}{g(\rho_s - \rho)} \left( \frac{g \rho R_{hb} \xi_M S_e - 0,047 g (\rho_s - \rho) d_{50}}{0,25 \rho^{1/3}} \right)^{3/2}$$

$R_{hb}$  = radius hidraulik dasar sungai

$\xi_M$  = parameter kekasaran

$$\xi_M = (K_s / K'_s)$$

- $\xi_M = 1$  → tanpa bed forms
- $1 > \xi_M > 0,35$  → bed forms

$$K_s = U / \left( R_{hb}^{2/3} S_e^{1/2} \right)$$

koefisien kekasaran (total) Strickler

$$K'_s = 21,1 / d_{50}^{1/6}$$

$$K'_s = 26 / d_{90}^{1/6}$$

koefisien kekasaran (butir sedimen)

# Debit Solid (Transpor Sedimen)

- Einstein (*bed load*)

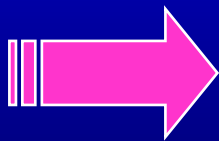
$$q_{sb} = \frac{\sqrt{(s_s - 1) g d_{50}^3}}{0,465} \exp\left(\frac{-0,391(s_s - 1)d_{50}}{R'_{hb} S_e}\right)$$

radius hidraulik dasar sungai akibat butir sedimen

# Debit Solid (Transpor Sedimen)

- Graf (*total load*)

$$\frac{C_s U R_h}{\sqrt{(s_s - 1) g d_{50}^3}} = 10,39 \left[ \frac{(s_s - 1) d_{50}}{S_e R_h} \right]^{-2,52}$$



$$q_s = C_s U h = C_s U R_h \frac{h}{R_h}$$

# Model Parabolik?

- Hitungan degradasi atau agradasi dasar sungai dengan model parabolik dapat dilakukan apabila syarat-syarat berikut dipenuhi
  - aliran quasi-steady (variasi jangka panjang dasar sungai)
  - aliran quasi-uniform dengan  $Fr < 0,6$
  - nilai  $x > 3R_h/S_e$
  - nilai  $t > (40/30) \cdot \{R_h^2/(S_e \cdot q_s)\}$
- Apabila syarat-syarat tsb tidak dipenuhi, maka diperlukan model yang lebih andal
  - model yang didasarkan pada penyelesaian numerik persamaan Saint-Venant – Exner

# **Degradasi dan Agradasi Dasar Sungai**

The End